



**Jorge Sousa Colaço**

Licenciado em Ciências da Engenharia Mecânica

**Deteção e localização de dano em  
estruturas utilizando a resposta  
dinâmica de translação e de rotação**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia Mecânica

Orientador: António Paulo Vale Urgueira,  
Professor Associado, FCT-UNL



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

**Março 2018**



**Jorge Sousa Colaço**

Licenciado em Ciências da Engenharia Mecânica

**Deteção e localização de dano em  
estruturas utilizando a resposta  
dinâmica de translação e de rotação**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia Mecânica

Orientador: António Paulo Vale Urgueira,  
Professor Associado, FCT-UNL



**Deteção e localização de dano em estruturas utilizando a resposta dinâmica de translação e de rotação**

Copyright © Jorge Sousa Colaço, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.



# Agradecimentos

Queria agradecer em especial ao meu orientador, professor António Urgueira, não só pela proposta do tema deste trabalho, mas principalmente por toda a disponibilidade em ajudar e transmitir conhecimentos demonstrada ao longo de todo o trabalho.

Agradeço à minha família, em especial aos meus pais pelo apoio e por tornarem possível o meu percurso académico.

A todos os amigos e colegas que conheci e tornaram esta etapa da minha vida numa experiência inesquecível.

Por fim, um agradecimento à Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova de Lisboa (FCT-UNL), mais particularmente aos professores do Departamento de Engenharia Mecânica e Industrial (DEMI) por terem contribuído para a minha formação.





# Resumo

As estruturas começam a deteriorar-se com o decorrer dos anos, sendo essencial haver uma monitorização da estrutura, para deteção e localização de danos, com o objetivo final de prever o estado de segurança da estrutura e prolongar a sua vida útil.

Um dos principais objetivos da comunidade de mecânica estrutural nos últimos anos tem sido o desenvolvimento de métodos de identificação de dano que detetem o dano numa fase cada vez mais precoce, um método apropriado a isto tem de ser um método sensível ao dano, mas relativamente insensível ao ruído.

A presença de dano provoca uma alteração nas propriedades da estrutura, sobretudo a perda de rigidez, alterando assim as características dinâmicas da mesma. A ideia dos métodos baseados em vibrações é medir estas alterações.

Com o aparecimento dos sensores MEMS surgiu a possibilidade de medição das respostas de rotação a baixo custo, abrindo portas para novos desenvolvimentos no estudo da identificação de dano.

Neste trabalho pretende realizar-se um estudo numérico para detetar e localizar a presença de dano recorrendo a respostas dinâmicas de translação e de rotação com o objetivo de comparar qual dos indicadores nos leva a ter melhores resultados. Para a identificação de dano serão usados métodos de deteção e localização de dano já existentes, sendo também propostos novos indicadores.

Serão estudadas uma viga com um dano e uma viga com dois danos, sendo utilizadas Funções de Resposta em Frequência (FRFs) provenientes de um modelo numérico exato. Posteriormente, para simular um ambiente experimental, é adicionado ruído às FRFs utilizadas no modelo exato.

## Palavras chave:

Monitorização de dano em estruturas

Deteção de dano

Localização de dano

Funções de Resposta em Frequência (FRF)

Transmissibilidade

Respostas dinâmicas de rotação



# Abstract

With the ageing of the infrastructures, they become more deteriorated, therefore, structural health monitoring (SHM) is essential for damage detection and localization. This, consequently predict the safety state of the structure and prolongs the structural remaining service life.

In the past few years, structural community has turned its attention to developing methods that detect the existence of damage at an earlier stage. An appropriate method should be sensitive to damage, but rather insensitive to noise.

The presence of damage changes the structure's properties, predominantly a loss of stiffness, this will cause a change in its dynamic characteristics. The idea of Vibration Based Inspections (VBI) is to measure this changes.

The possibility to measure rotations at low cost arise from the emergence of the MEMS sensors, opening doors to new development opportunities in the study of damage identification.

The intention of this work is to make a numerical study, using the displacement and rotation responses in order to detect and locate the presence of damage, the main purpose is to compare which of the indicators leads to better results. We will use damage indicators that already exist, and propose new ones,

For this study, we will use Frequency Response Functions (FRFs) calculated from an exact numerical model of a beam with one damage, and a beam with two damages. Then, to simulate an experimental environment, noise will be added to the FRFs from the exact model.

## Keywords:

Structural health monitoring (SHM)

Damage detection

Damage localization

Frequency Response Functions (FRF)

Transmissibility

Rotation responses



# Índice de Matérias

Agradecimentos.....	V
Resumo.....	VII
Abstract .....	IX
Índice de Matérias .....	XI
Índice de Figuras .....	XIII
Índice de Tabelas.....	XVII
Nomenclatura .....	XIX
Símbolos.....	XIX
Siglas e abreviaturas.....	XXI
1 Introdução .....	1
1.1 Introdução ao tema e objetivos.....	1
1.2 Enquadramento .....	2
1.3 Estrutura da dissertação.....	5
2 Conceitos teóricos .....	7
2.1 Funções de Resposta em Frequência (FRFs) .....	7
2.2 Transmissibilidade de um sistema com múltiplos graus de liberdade (MDOF) .....	7
2.3 Detecção de dano .....	8
2.3.1 Indicadores de dano TDI e WDI .....	8
2.4 Localização de dano.....	10
2.4.1 Damage Index .....	10
2.4.2 Diferença de curvatura das FRFs .....	10
2.5 Novos indicadores de dano .....	10
2.5.1 Detecção de dano .....	10
2.5.2 Localização de dano .....	11
3 Simulação numérica .....	13
3.1 Descrição do objeto de estudo.....	13
3.1.1 Modelo da viga sã .....	13
3.1.2 Modelo da viga com um dano .....	14
3.1.3 Modelo da viga com dois danos .....	14
3.1.4 Frequências Naturais .....	15
3.1.5 Obtenção das FRFs.....	15
3.1.6 Efeito do amortecimento nas FRFs .....	17
3.2 Análise dos indicadores utilizando a resposta exata .....	19
3.2.1 Detecção de dano em viga com um dano .....	19

3.2.2	Deteção de dano em viga com dois danos.....	22
3.2.3	Localização de dano em viga com um dano.....	24
3.2.4	Localização de dano em viga com dois danos.....	38
3.3	Análise dos indicadores utilizando a resposta poluída com ruído (simulação da resposta experimental).....	42
3.3.1	Introdução.....	42
3.3.2	Deteção de dano com ruído .....	42
3.3.2.1	Deteção de dano em viga com um dano, com ruído.....	42
3.3.3	Localização de dano com ruído.....	47
3.3.3.2	Localização de dano com ruído, viga com dois danos .....	55
4	Conclusão.....	63
4.1	Conclusões e sugestão de trabalhos futuros .....	63
5	Bibliografia .....	65
6	Anexos.....	71
	2 danos sem ruído.....	63
	1 dano com ruído 2% .....	63
	1 dano com ruído 5% .....	63
	2 danos com ruído 2% .....	63
	2 danos com ruído 5% .....	63

# Índice de Figuras

Figura 3.1 – Elemento finito com 6 GDL .....	13
Figura 3.2 – Modelo da viga sã .....	13
Figura 3.3 – Modelo da viga com um dano.....	14
Figura 3.4 – Modelo da viga com dois danos.....	14
Figura 3.5 – Obtenção de FRFs de translação e rotação, através de uma análise harmónica com F aplicada no ponto 1 .....	16
Figura 3.6 - Obtenção de FRFs de translação e rotação, através de uma análise harmónica com F aplicada no ponto 2 .....	16
Figura 3.7 - Obtenção de FRFs de translação e rotação, através de uma análise harmónica com F aplicada no ponto 10 .....	16
Figura 3.8 - FRFs de translação e rotação no ponto 1 com força aplicada em 1, sem amortecimento.....	16
Figura 3.9 - FRFs de rotação no ponto 1 com força aplicada em 1, sem amortecimento e com amortecimento $\beta = 10 - 4$ .....	17
Figura 3.10 - FRFs de rotação no ponto 1 com força aplicada em 1, sem amortecimento e com amortecimento $\beta = 10 - 5$ .....	17
Figura 3.11 - FRFs de rotação no ponto 1 com força aplicada em 1, sem amortecimento e com amortecimento $\beta = 10 - 6$ .....	18
Figura 3.12 - FRFs de rotação no ponto 1 com força aplicada em 1, sem amortecimento e com amortecimento $\beta = 10 - 7$ .....	18
Figura 3.13 - FRFs de rotação no ponto 1 com força aplicada em 1, sem amortecimento e com amortecimento $\beta = 10 - 8$ .....	18
Figura 3.14 – Indicadores de dano TDI e WDI com m=1, 2 e 4 comparando translações e rotações para cada nível de dano, sem amortecimento.....	19
Figura 3.15 – Indicadores de dano TDI e WDI com m=1, 2 e 4 comparando translações e rotações para cada nível de dano, com amortecimento $\beta = 10 - 6$ .....	20
Figura 3.16 – Indicadores de dano TDI e WDI com m=2 comparando translações, rotações, curvaturas de translações e curvaturas de rotações, para cada nível de dano, com amortecimento $\beta = 10 - 6$ .....	20
Figura 3.17 – Indicadores de dano TDI e WDI com m=1, 2 e 4 comparando rotações e curvaturas de rotações, para cada nível de dano, com amortecimento $\beta = 10 - 6$ .....	21
Figura 3.18 – Indicadores de dano TDI e WDI com m=1, 2 e 4 comparando translações e rotações para cada nível de dano. Viga com dois danos. ....	22

Figura 3.19 – Indicadores de dano TDI e WDI com $m=2$ comparando translações, rotações, curvaturas de translações e curvaturas de rotações, para cada nível de dano. Viga com dois danos .....	22
Figura 3.20 – Indicadores de dano TDI e WDI com $m=1, 2$ e $4$ comparando rotações e curvaturas de rotações, para cada nível de dano. Viga com dois danos.....	23
Figura 3.21 – DIF_CURV_Tran para a gama de frequências de $]0, 700]$ Hz.....	24
Figura 3.22 – DIF_CURV_Tran, para a gama de frequências de $]0, 20]$ Hz.....	24
Figura 3.23 – DIF_CURV_Tran, para a gama de frequências de $]0, 2.5]$ Hz.....	24
Figura 3.24 – DIF_CURV_Tran, para a gama de frequências de $]0, 100]$ Hz.....	25
Figura 3.25 – DIF_CURV_Tran, para a gama de frequências de $[480, 600]$ Hz .....	25
Figura 3.26 – DIF_CURV_Tran, para a gama de frequências de $]0, 480]$ Hz.....	25
Figura 3.27 – DIF_CURV_Tran, para a gama de frequências de $]0, 600]$ Hz.....	26
Figura 3.28 – DIF_Rot, para a gama de frequências de $]0, 700]$ Hz.....	26
Figura 3.29 – DIF_Rot, para a gama de frequências de $]0, 2.5]$ Hz.....	26
Figura 3.30 – DIF_Rot, para a gama de frequências de $]0, 100]$ Hz.....	27
Figura 3.31 – DIF_Rot, para a gama de frequências de $]0, 20]$ Hz.....	27
Figura 3.32 – DIF_Rot, para a gama de frequências de $[480, 600]$ Hz.....	27
Figura 3.33 – DIF_Rot, para a gama de frequências de $]0, 480]$ Hz.....	27
Figura 3.34 – DIF_Rot, para a gama de frequências de $]0, 600]$ Hz.....	27
Figura 3.35 – DIF_CURV_Rot, para a gama de frequências de $]0, 480]$ Hz.....	28
Figura 3.36 – DIF_CURV_Rot, para a gama de frequências de $]0, 100]$ Hz.....	28
Figura 3.37 – DIF_CURV_Rot, para a gama de frequências de $]0, 20]$ Hz.....	28
Figura 3.38 – DIF_CURV_Rot, para a gama de frequências de $]0, 2.5]$ Hz.....	28
Figura 3.39 – DIF_CURV_Rot, para a gama de frequências de $]0, 700]$ Hz.....	28
Figura 3.40 – DIF_CURV_Rot, para a gama de frequências de $[480, 600]$ Hz.....	28
Figura 3.41 – DIF_CURV_Rot, para a gama de frequências de $]0, 600]$ Hz.....	29
Figura 3.42 – DIFrel_CURV_Tran, para a gama de frequências de $]0, 2.5]$ Hz.....	29
Figura 3.43 – DIFrel_CURV_Tran, para a gama de frequências de $]0, 700]$ Hz.....	29
Figura 3.44 – DIFrel_CURV_Tran, para a gama de frequências de $]0, 100]$ Hz.....	30
Figura 3.45 – DIFrel_CURV_Tran, para a gama de frequências de $]0, 20]$ Hz.....	30
Figura 3.46 – DIFrel_CURV_Tran, para a gama de frequências de $[480, 600]$ Hz.....	30
Figura 3.47 – DIFrel_CURV_Tran ,para a gama de frequências de $]0, 480]$ Hz.....	30
Figura 3.48 – DIFrel_CURV_Tran, para a gama de frequências de $]0, 600]$ Hz.....	30



Figura 3.49 – DIFrel_Rot, para a gama de frequências de ]0, 2.5] Hz.....	31
Figura 3.50 – DIFrel_Rot, para a gama de frequências de ]0, 700] Hz.....	31
Figura 3.51 – DIFrel_Rot, para a gama de frequências de ]0, 100] Hz.....	31
Figura 3.52 – DIFrel_Rot, para a gama de frequências de ]0, 20] Hz.....	31
Figura 3.53 – DIFrel_Rot, para a gama de frequências de [480, 600] Hz.....	31
Figura 3.54 – DIFrel_Rot, para a gama de frequências de ]0, 480] Hz.....	31
Figura 3.55 – DIFrel_Rot, para a gama de frequências de ]0, 600] Hz.....	32
Figura 3.56 – DIFrel_CURV_Rot, para a gama de frequências de ]0, 2.5] Hz.....	32
Figura 3.57 – DIFrel_CURV_Rot, para a gama de frequências de ]0, 700] Hz.....	32
Figura 3.58 – DIFrel_CURV_Rot, para a gama de frequências de ]0, 20] Hz.....	32
Figura 3.59 – DIFrel_CURV_Rot, para a gama de frequências de ]0, 100] Hz.....	32
Figura 3.60 – DIFrel_CURV_Rot, para a gama de frequências de ]0, 600] Hz.....	33
Figura 3.61 – DIFrel_CURV_Rot, para a gama de frequências de [480, 600] Hz.....	33
Figura 3.62 – DIFrel_CURV_Rot, para a gama de frequências de ]0, 480] Hz.....	33
Figura 3.63 – Critério apresentação dos resultados de localização para viga com um dano (legenda dos quadros) .....	34
Figura 3.64 – Critério de apresentação dos resultados de localização para viga com dois danos (legenda dos quadros) .....	38
Figura 3.65 – Indicadores de dano TDI e WDI com m=1, 2 e 4 comparando translações e rotações para cada nível de dano. Ruído de 2% .....	42
Figura 3.66 – Indicadores de dano TDI e WDI com m=2 comparando translações, rotações, curvaturas de translações e curvaturas de rotações, para cada nível de dano. Ruído de 2% .....	43
Figura 3.67 – Indicadores de dano TDI e WDI com m=1, 2 e 4 comparando translações e rotações para cada nível de dano. Ruído de 5% .....	43
Figura 3.68 – Indicadores de dano TDI e WDI com m=2 comparando translações, rotações, curvaturas de translações e curvaturas de rotações, para cada nível de dano. Ruído de 5% .....	44
Figura 3.69 – Indicadores de dano TDI e WDI com m=1, 2 e 4 comparando translações e rotações para cada nível de dano. Ruído de 2%. Viga com dois danos. ....	45
Figura 3.70 – Indicadores de dano TDI e WDI com m=2 comparando translações, rotações, e curvaturas de translações e rotações, para cada nível de dano. Ruído de 2%. Viga com dois danos. ....	45
Figura 3.71 – Indicadores de dano TDI e WDI com m=2 comparando translações, rotações, curvaturas de translações e curvaturas de rotações, para cada nível de dano. Ruído de 5%. Viga com dois danos. ....	46
Figura 3.72 – Indicadores de dano TDI e WDI com m=1, 2 e 4 comparando translações e rotações para cada nível de dano. Ruído de 5%. Viga com dois danos. ....	46

Figura 3.73 – Critério de localização para viga com dois danos.....	47
Figura 3.74 – Critério apresentação dos resultados da localização para viga com um dano (legenda dos quadros) .....	47
Figura 3.75 – DIFrel_Rot, para a gama de frequências de ]0, 480] Hz, sem ruído, viga com dois danos .....	61
Figura 3.76 – DIFrel_Rot, para a gama de frequências de ]0, 480] Hz, ruído de 5%, viga com dois danos.....	61
Figura 3.77 – DIFrel_Rot, para a gama de frequências de ]0, 480] Hz, ruído de 2%, viga com dois danos.....	61

# Índice de Tabelas

Tabela 1.1 – Métodos de identificação de dano através de vibrações, de acordo com data e parâmetros utilizados. Morais [6].....	3
Tabela 2.1 – Indicadores de detecção de dano utilizados neste trabalho. ....	11
Tabela 2.2 - Síntese dos métodos de localização de dano utilizados. ....	12
Tabela 3.1 – Frequências Naturais para cada nível de dano obtidas através do Ansys.....	15
Tabela 3.2 – DIF_CURV_Tran.....	34
Tabela 3.3 – DIFrel_CURV_Tran.....	34
Tabela 3.4 – DIF_Rot.....	35
Tabela 3.5 – DIFrel_Rot.....	35
Tabela 3.6 – DIF_CURV_Rot.....	36
Tabela 3.7 – DIFrel_CURV_Rot .....	36
Tabela 3.8 – DIF_CURV_Tran, viga com dois danos .....	38
Tabela 3.9 – DIFrel_CURV_Tran, viga com dois danos .....	39
Tabela 3.10 – DIF_Rot, dois danos.....	39
Tabela 3.11 – DIFrel_Rot, dois danos.....	40
Tabela 3.12 – DIF_CURV_Rot, dois danos.....	40
Tabela 3.13 – DIFrel_CURV_Rot, dois danos.....	41
Tabela 3.14 – DIF_CURV_Tran, sem ruído .....	48
Tabela 3.15 – DIF_CURV_Tran, com ruído de 2% .....	48
Tabela 3.16 – DIF_CURV_Tran, com ruído de 5% .....	48
Tabela 3.17 – DIFrel_CURV_Tran, sem ruído.....	49
Tabela 3.18 – DIFrel_CURV_Tran, com ruído de 2% .....	49
Tabela 3.19 – DIFrel_CURV_Tran, com ruído de 5% .....	49
Tabela 3.20 – DIF_Rot, sem ruído.....	50
Tabela 3.21 – DIF_Rot, com ruído de 2% .....	50
Tabela 3.22 – DIF_Rot, com ruído de 5% .....	50
Tabela 3.23 – DIFrel_Rot, sem ruído.....	51
Tabela 3.24 – DIFrel_Rot, com ruído de 2% .....	51
Tabela 3.25 – DIFrel_Rot, com ruído de 5% .....	51
Tabela 3.26 – DIF_CURV_Rot, sem ruído.....	52
Tabela 3.27 – DIF_CURV_Rot, com ruído de 2% .....	52

Tabela 3.28 – DIF_CURV_Rot, com ruído de 5% .....	52
Tabela 3.29 – DIFrel_CURV_Rot, sem ruído.....	53
Tabela 3.30 – DIFrel_CURV_Rot, com ruído de 2% .....	53
Tabela 3.31 – DIFrel_CURV_Rot, com ruído de 5% .....	53
Tabela 3.32 – DIF_CURV_Tran, sem ruído, viga com dois danos .....	55
Tabela 3.33 – DIF_CURV_Tran, com ruído de 2%, viga com dois danos.....	55
Tabela 3.34 – DIF_CURV_Tran, com ruído de 5%, viga com dois danos.....	55
Tabela 3.35 – DIFrel_CURV_Tran, sem ruído, viga com dois danos .....	56
Tabela 3.36 – DIFrel_CURV_Tran, com ruído de 2%, viga com dois danos.....	56
Tabela 3.37 – DIFrel_CURV_Tran, com ruído de 5%, viga com dois danos.....	56
Tabela 3.38 – DIF_Rot, sem ruído, viga com dois danos .....	57
Tabela 3.39 – DIF_Rot, com ruído de 2%, viga com dois danos.....	57
Tabela 3.40 – DIF_Rot, com ruído de 5%, viga com dois danos.....	57
Tabela 3.41 – DIFrel_Rot, sem ruído, viga com dois danos .....	58
Tabela 3.42 – DIFrel_Rot, com ruído de 2%, viga com dois danos.....	58
Tabela 3.43 – DIFrel_Rot, com ruído de 5%, viga com dois danos.....	58
Tabela 3.44 – DIF_CURV_Rot, sem ruído, viga com dois danos .....	59
Tabela 3.45 – DIF_CURV_Rot, com ruído de 2%, viga com dois danos.....	59
Tabela 3.46 – DIF_CURV_Rot, com ruído de 5%, viga com dois danos.....	59
Tabela 3.47 – DIFrel_CURV_Rot, sem ruído, viga com dois danos .....	60
Tabela 3.48 – DIFrel_CURV_Rot, com ruído de 2%, viga com dois danos .....	60
Tabela 3.49 – DIFrel_CURV_Rot, com ruído de 5%, viga com dois danos .....	60

# Nomenclatura

## Símbolos

$\alpha$	Coefficiente de proporcionalidade de massa
$\beta$	Coefficiente de proporcionalidade de rigidez
$[C]$	Matriz de amortecimento
$d$	Dano/danificada
$F_j(\omega)$	Força aplicada na posição $j$ , a uma frequência $\omega$
$F_A$	Forças que podem ser aplicadas nas coordenadas $A$
$h$	Distância entre pontos
$H_{i,j}(\omega)$	Recetância
$H_{Tran_{ij}}(\omega)$	Recetância de respostas de translação
$H_{Rot_{ij}}(\omega)$	Recetância de respostas de rotação
$H''_{i,j}(\omega)$	2ª derivada da recetância (Curvatura) do ponto $i$ com força aplicada em $j$ , a uma frequência $\omega$
$H''_{Rot_{i,j}}$	Curvaturas de rotação
$H''_{Tran_{i,j}}$	Curvaturas de translação
$i$	Posição da coordenada medida
$j$	Posição da força
$[K]$	Matriz de rigidez
$K$	Coordenadas conhecidas
$[M]$	Matriz de massa
$M$	Número de posições da força aplicada
$N$	Número de coordenadas medidas
$N_\omega$	Número de frequências
$T_{UK}$	Transmissibilidade das respostas entre os pontos U e K

$\tau_{rs}^{(j)}$	Transmissibilidade direta entre as respostas dos pontos $r$ e $s$ , com força aplicada no ponto $j$
$\tau_{curvrs}^{(j)}$	Transmissibilidade direta entre curvaturas das respostas nos pontos $r$ e $s$ , com força aplicada no ponto $j$
$U$	Coordenadas desconhecidas
$X_i(\omega)$	Resposta na posição $i$ , a uma frequência $\omega$
$X_U$	Amplitudes de resposta das coordenadas desconhecidas
$X_K$	Amplitudes de resposta das coordenadas conhecidas
$x,y,z$	Eixos de referencial
$u$	Deslocamento segundo o eixo $x$
$v$	Deslocamento segundo o eixo $y$
$\theta$	Rotação em torno do eixo $z$
$\omega$	Frequência angular
—	Complexo conjugado

## Siglas e abreviaturas

<i>DIF_CURV</i>	Diferença de curvaturas de FRFs
<i>DIF_CURV_Tran</i>	Diferença de curvaturas de FRFs de translação
<i>DIFrel_CURV_Tran</i>	Diferença relativa de curvaturas de FRFs de translação
<i>DIF_CURV_Rot</i>	Diferença de curvaturas de FRFs de rotação
<i>DIFrel_CURV_Rot</i>	Diferença relativa de curvaturas de FRFs de rotação
<i>DIF_Rot</i>	Diferença de rotações
<i>DIFrel_Rot</i>	Diferença relativa de rotações
FRF	Função de Resposta em Frequência
GDL	Graus de liberdade
MEMS	Micro Electro Mechanical Systems
<i>MRVAC</i>	<i>Multiple Response Vector Assurance Criterion</i>
<i>RVAC</i>	<i>Response Vector Assurance Criterion</i>
<i>TDI</i>	<i>Transmissibility Damage Indicator</i>
<i>TDI_Curv</i>	<i>Transmissibility Damage Indicator</i> através de curvaturas
<i>TDI_CURV_Tran</i>	<i>Transmissibility Damage Indicator</i> através de curvaturas de translação
<i>TDI_CURV_Rot</i>	<i>Transmissibility Damage Indicator</i> através de curvaturas de rotação
<i>TDI_Tran</i>	<i>Transmissibility Damage Indicator</i> através de translações
<i>TDI_Rot</i>	<i>Transmissibility Damage Indicator</i> através de rotações
<i>WDI</i>	<i>Weighted Damage Indicator</i>
<i>WDI_CURV_Tran</i>	<i>Weighted Damage Indicator</i> através de curvaturas de translação
<i>WDI_CURV_Rot</i>	<i>Weighted Damage Indicator</i> através de curvaturas de rotação
<i>WDI_Tran</i>	<i>Weighted Damage Indicator</i> através de translações
<i>WDI_Rot</i>	<i>Weighted Damage Indicator</i> através de rotações





# 1 Introdução

## 1.1 Introdução ao tema e objetivos

Com o envelhecimento e deterioração das estruturas, a possibilidade de colapso destas passa a ser uma realidade. Havendo uma diminuição do nível de segurança nas estruturas ao longo do tempo é indispensável haver uma monitorização do dano nas mesmas.

O desenvolvimento de métodos que monitorizem a integridade de estruturas tem sido alvo de estudo pela comunidade de mecânica estrutural nas últimas três décadas.

A identificação de dano pode ser dividida em dois grandes grupos, métodos que requerem ensaios destrutivos e métodos não destrutivos. Dentro dos métodos não destrutivos temos como primeira abordagem as técnicas que necessitam de ter um acesso prévio da possível localização do dano sendo depois a suspeita de dano examinada, algumas destas técnicas são as inspeções visuais, raios-X, correntes induzidas, ultrassons, entre outros. No caso de grandes estruturas, devido ao seu tamanho e complexidade não é prático nem viável o uso destas técnicas. Sendo que a presença de dano causa alterações nas características de uma estrutura (rigidez, amortecimento, massa), uma segunda abordagem à identificação de dano é feita pelo uso de métodos baseados na resposta dinâmica da estrutura. Estes indicadores têm como parâmetros as características dinâmicas da estrutura. O dano é identificado pela monitorização de alterações destes parâmetros.

Um método de identificação de dano apropriado deve ser sensível ao dano, mas relativamente insensível às condições ambientais e ao eventual ruído na cadeia de medição. Desenvolver um indicador de dano que se adeque a estas características tem sido um dos principais alvos de estudo dos últimos anos.

Com o aparecimento dos sensores MEMS surgiu a possibilidade de medição das respostas de rotações a baixo custo, abrindo portas para novos desenvolvimentos no estudo da identificação de dano.

Este trabalho tem como objetivo aferir se utilizando as respostas das rotações, que agora podem ser medidas através de MEMS, é possível detetar mais cedo, ou localizar mais facilmente o dano, do que usando as respostas em translação medidas com os sensores convencionais, piezoelétricos ou MEMS.

Para efetuar este estudo irão ser usados indicadores de deteção de dano, que utilizam dados provenientes da análise das transmissibilidades, e indicadores de localização de dano que são calculados através de FRFs e curvaturas de FRFs.

## 1.2 Enquadramento

Segundo Rytter [1] os métodos de identificação de dano podem enquadrar-se em 4 categorias:

Nível 1: **Deteção** – o método fornece uma informação qualitativa em relação à possibilidade da presença de dano na estrutura.

Nível 2: **Localização** – o método fornece informação sobre a provável localização do dano.

Nível 3: **Quantificação** – o método fornece informação relativamente ao nível do dano.

Nível 4: **Consequência** – sabendo o nível de dano, o método fornece informação relativa ao estado de segurança e tempo de vida da estrutura.

*Alamdari* [2] refere que dentro dos ensaios não destrutivos podem ser feitas duas abordagens, como primeira abordagem temos as técnicas que necessitam de ter um acesso local do dano, algumas destas técnicas são raios-X, correntes induzidas, ultrassons, entre outros. No caso de grandes estruturas, devido ao seu tamanho e complexidade não é viável o uso destas técnicas. Sendo que a presença de dano causa alterações nas características de uma estrutura, como segunda abordagem, a identificação de dano é feita pelo uso de métodos baseados na resposta da estrutura em vibração. Sendo o dano identificado através da monitorização de alterações das características dinâmicas da estrutura.

A investigação de métodos de identificação de dano através de vibrações tem sido desenvolvida nas últimas décadas. Inicialmente recorreram-se às frequências naturais, e aos modos de vibração para o estudo da identificação de dano, devido à facilidade de interpretação destas características. Segundo *Doebbling et al.* [3], o primeiro artigo que propôs a deteção de dano através da medição de vibrações foi escrito por *Lifshitz e Rotem* [4] em 1969.

Em 2002 *Abdo et al.* [72], publicou um artigo em que apresenta um estudo numérico de identificação de dano numa placa, utilizando rotações dos modos de vibração.

Frequências naturais, modos de vibração, curvaturas de modos de vibração, energia de deformação modal (*modal strain energy*), e outras propriedades baseadas em características modais, são extraídas indiretamente das FRFs nas frequências de excitação próximas das ressonâncias. Segundo *Shadan et al.* [5], usando FRFs na identificação de dano em vez de características modais elimina o problema dos erros nas análises modais, particularmente quando os modos de vibração se encontram bastante próximos, e tem a vantagem de incluir a informação relativa a uma gama de frequências, não estando restringido apenas às frequências naturais.

Em 2014 *Morais* [6] apresentou um quadro cronológico, *Tabela 1.1*, com os principais trabalhos desenvolvidos na área da identificação de dano através de vibrações. Este quadro está organizado pelos diferentes tipos de parâmetros utilizados. São apresentados também artigos de revisão.

Tabela 1.1 – Métodos de identificação de dano através de vibrações, de acordo com data e parâmetros utilizados. Moraes [6].

<i>Data</i>	<i>Frequências naturais</i>	<i>Modos de vibração</i>	<i>Flexibilidade</i>	<i>FRFs</i>	<i>Transmissibilidades</i>	<i>Mistos</i>	<i>reviews</i>
1969	Lifshitz and Rotem [3]						
1979	Cawley and Adams[7]						
1986		West [8]					
1988		Lieven and Ewins [9]					
1991		Pandey et al. [10]					
1993						Hemez[11]	Rytter [1]
1994			Pandey and Biswas [12]		Chen et al. [13]		
1995	Hasan [14]	Lam et al. [15]					
1996				Heylen and Lammens [16]			Doebbling et al. [3]
1997				Wang et al. [17] Maia et al. [18]	Schulz et al. [19]		Salawu [20]
1998	Messina et al. [21]	Shi et al. [22]		Thyagarajan et al. [23]			
1999	Shifrin and Ruotolo [24]	Yoo et al. [25] Cornwell et al. [26]		Sampaio et al. [27]	Zhang et al. [28]		
2000	Lee and Chung [29]	Ho and Ewins [30]		Ratcliffe [31]			
2001	Morassi [32]				Maia et al. [33] Sampaio et al. [34]		
2002		Parloo et al. [35]		Lee and Shin [36]			
2003	Kim and Stubbs [37]	Parloo et al. [38]		Zang et al. [39],[40] Maia et al. [41]		Kim et al [42] Vanlanduit et al. [43]	Allemang [44]
2004							Carden and Fanning [45]
2005			Yan and Golinval [46]	Araújo dos Santos et al. [47] Selcuk [48] Park and Park [49]			
2006				Bovio et al. [50] Maia et al.[51]			Montalvão et al. [52]
2007		Koh and Dyke [53]					Yan et al. [54]
2009				Liu et al. [55]			Sinou [56]
2010			Reynders and De Roeck [57]	Limongelli[58]		Tomaszewska [59]	
2011		Radzieński et al. [60] Elshafey et al [61]	Yang and Sun [62]		Maia et al. [63] Almeida et al. [64]		
2012				Huang et al. [65]			
2013						Dawari and Vesmawala [66]	Chesné and Deraemaeker [67]

Foi então feita uma atualização da tabela com os principais trabalhos realizados no âmbito da detecção e localização de dano até à data.

<i>Data</i>	<i>Frequências naturais</i>	<i>Modos de vibração</i>	<i>Flexibilidade</i>	<i>FRFs</i>	<i>Transmissibilidades</i>	<i>Mistos</i>	<i>reviews</i>
<b>2013</b>			<i>Sung et al. [73]</i>				
<b>2015</b>						<i>Chen et al. [74]</i>	
<b>2016</b>				<i>Sampaio et al. [75]</i> <i>Shadan et al. [5]</i>			
<b>2018</b>						<i>Shi et al. [76]</i>	

Durante a pesquisa bibliográfica por trabalhos mais recentes e atuais no campo da detecção e localização de dano em estruturas através de vibrações, é de notar que variados autores propõem métodos denominados por métodos modernos, que utilizam ferramentas de tratamento de sinal avançado ou inteligências artificiais. Algumas das principais técnicas utilizadas são *wavelet analysis*, redes neuronais artificiais e algoritmos genéticos.

## 1.3 Estrutura da dissertação

### Capítulo 1

Introdução – Introdução ao tema em estudo, objetivos do trabalho, e revisão bibliográfica.

### Capítulo 2

Conceitos teóricos – Conceitos teóricos relativos às FRFs e transmissibilidades. Apresentação dos métodos de detecção e localização de dano já existentes utilizados neste trabalho, e novos indicadores de dano propostos.

### Capítulo 3

Simulação numérica – Descrição do objeto de estudo. Análise dos indicadores de detecção e localização de dano utilizando a resposta exata. Análise dos mesmos indicadores, utilizando a resposta poluída com ruído (simulação da resposta experimental). Neste capítulo é utilizado o *software* ANSYS para obtenção das respostas dinâmicas, que são posteriormente analisadas com os indicadores através do *software* MATLAB.

### Capítulo 4

Conclusão – Discussão dos resultados, conclusões, e sugestões para trabalhos futuros.



## 2 Conceitos teóricos

### 2.1 Funções de Resposta em Frequência (FRFs)

Quando um objeto é sujeito a uma excitação sinusoidal, o mesmo responde com a mesma frequência e uma certa amplitude.

A função de resposta em frequência (FRF) é definida pela razão entre a resposta e a excitação. Cada elemento da matriz receptância  $H_{i,j}(\omega)$ , corresponde a uma FRF que descreve a resposta de uma coordenada  $i$  devido a uma força de excitação aplicada na coordenada  $j$ ,

$$H_{i,j}(\omega) = \frac{X_i(\omega)}{F_j(\omega)} \quad (2.1)$$

### 2.2 Transmissibilidade de um sistema com múltiplos graus de liberdade (MDOF)

Para um caso geral, uma transmissibilidade é definida pela razão entre as respostas de duas coordenadas do sistema. A formulação do conceito de transmissibilidades pode ser encontrada em diversa literatura [68], será apresentado um resumo.

Para um número de forças harmônicas  $F_A$  que podem ser aplicadas à estrutura nas coordenadas  $A$ , sendo as amplitudes de resposta das coordenadas desconhecidas  $U$ , o vetor  $X_U$ , estas respostas estão relacionadas com essas forças por,  $H_{UA}$ , e sendo as amplitudes de resposta das coordenadas conhecidas  $K$ , o vetor  $X_K$ ,  $H_{KA}$  é a relação destas respostas com essas forças. Podemos então escrever as seguintes relações:

$$\{X_U\} = [H_{UA}]\{F_A\} \quad (2.2)$$

$$\{X_K\} = [H_{KA}]\{F_A\} \quad (2.3)$$

eliminando  $F_A$  obtemos:

$$\{X_U\} = [H_{UA}][H_{KA}]^{-1}\{X_K\} = [T_{UK}]\{X_K\} \quad (2.4)$$

sendo a matriz de transmissibilidades de deslocamentos definida então por:

$$[T_{UK}] = [H_{UA}][H_{KA}]^{-1} \quad (2.5)$$

O número de coordenadas  $K$  deve ser igual ao número de coordenadas  $A$  ( $\#K=\#A$ ) para que a inversão da matriz  $[H_{KA}]^{-1}$  ocorra, caso contrario, se  $\#K>\#A$  é necessário usar a pseudo-inversa.

Assim, admitindo que as transmissibilidades são conhecidas, se forem medidas as amplitudes  $\{X_K\}$ , podem ser calculadas as amplitudes  $\{X_U\}$ . Como  $\{F_A\}$  foi eliminado entre as equações (2.2) e (2.3),  $[T_{UK}]$  não depende da magnitude das forças, sendo os elementos de  $[T_{UK}]$  frequentemente designados por transmissibilidades multivariáveis.

Por outro lado, “transmissibilidades diretas”, referidas por  $\tau$ , podem também ser obtidas dividindo quaisquer duas respostas, contudo, estas serão dependentes da magnitude das forças. Por exemplo, dividindo a equação (2.4) por uma das amplitudes de resposta conhecidas  $X_s$ , obtém-se:

$$X_U/X_s = T_{UK}X_K/X_s \quad \text{ou} \quad \tau_{Us} = T_{UK}\tau_{Ks} \quad (2.6)$$

Se apenas uma força é aplicada na coordenada  $j$  e apenas é feita relação entre duas coordenadas, digamos  $r$  e  $s$ , ambos os tipos de transmissibilidade coincidem e pode ser simplificado da seguinte forma:

$$\tau_{rs} = T_{rs} = X_r/X_s = H_{rj}/H_{sj} \quad (2.7)$$

Embora as expressões para a transmissibilidade tenham sido deduzidas assumindo forças de excitação harmónicas, estas expressões permanecem válidas para outros tipos de excitação, incluindo impulsos [69].

## 2.3 Deteção de dano

### 2.3.1 Indicadores de dano TDI e WDI

Os autores de [63] apresentam o indicador *Transmissibility Damage Indicator (TDI)* que compara transmissibilidades diretas da viga danificada, com as da viga sem dano. Para fazer esta relação é usado o *Response Vector Assurance Criterion (RVAC)* inicialmente proposto por [70] utilizando FRFs, agora reformulado para as transmissibilidades [63]:

$$RVAC(\omega) = \frac{\left| \sum_{r=1}^{N-1} d\tau_{rs}^{(j)}(\omega) \overline{\tau_{rs}^{(j)}(\omega)} \right|^2}{\sum_{r=1}^{N-1} \left[ d\tau_{rs}^{(j)}(\omega) \overline{d\tau_{rs}^{(j)}(\omega)} \right] \sum_{r=1}^{N-1} \left[ \tau_{rs}^{(j)}(\omega) \overline{\tau_{rs}^{(j)}(\omega)} \right]}, \quad s = r + 1 \quad (2.8)$$

onde para cada força aplicada no ponto  $j$ , as transmissibilidades  $\tau_{rs}^{(j)}$  são medidas em pares de coordenadas sucessivas, ou seja,  $s = r + 1$ . Para a estrutura danificada as transmissibilidades são representadas por  $d\tau_{rs}^{(j)}$ ,  $N$  é o número de coordenadas medidas e  $\overline{\phantom{x}}$  é o complexo conjugado.



Considerando várias medições, variando a posição  $j$  da força aplicada para  $M$  posições e somando tudo, obtém-se como resultado o *Multiple Response Vector Assurance Criterion (MRVAC)* [64]:

$$MRVAC = \sum_{\omega} \frac{\left| \sum_{r=1}^{N-1} \sum_{j=1}^M d\tau_{rs}^{(j)}(\omega) \overline{\tau_{rs}^{(j)}(\omega)} \right|^2}{\sum_{r=1}^{N-1} \sum_{j=1}^M \left[ d\tau_{rs}^{(j)}(\omega) \overline{d\tau_{rs}^{(j)}(\omega)} \right] \sum_{r=1}^{N-1} \sum_{j=1}^M \left[ \tau_{rs}^{(j)}(\omega) \overline{\tau_{rs}^{(j)}(\omega)} \right]}, \quad (2.9)$$

$s = r + 1$

É a partir daqui que vem o indicador TDI [63]:

$$TDI = \frac{1}{N_{\omega}} \sum_{\omega} \frac{\left| \sum_{r=1}^{N-1} \sum_{j=1}^M d\tau_{rs}^{(j)}(\omega) \overline{\tau_{rs}^{(j)}(\omega)} \right|^2}{\sum_{r=1}^{N-1} \sum_{j=1}^M \left[ d\tau_{rs}^{(j)}(\omega) \overline{d\tau_{rs}^{(j)}(\omega)} \right] \sum_{r=1}^{N-1} \sum_{j=1}^M \left[ \tau_{rs}^{(j)}(\omega) \overline{\tau_{rs}^{(j)}(\omega)} \right]}, \quad (2.10)$$

$s = r + 1$

onde  $N_{\omega}$  é o número de frequências. Este indicador corresponde a uma média dos valores obtidos pelo *MRVAC* ao longo da gama de frequências, e varia de 0 a 1, sendo que quanto mais próximo de 0, mais danificada está a estrutura.

Embora o *TDI* tenha obtido sucesso na deteção de dano, este pode ser melhorado, pois sendo uma média, não tem em conta se um pequeno número de valores muito baixos do indicador ocorrer apenas em certas frequências, tendo isto em conta, foi proposto por [64] o *Weighted Damage Indicator (WDI)*, que tem em consideração o número de vezes que o *MRVAC* ocorre em certos intervalos do indicador, dando assim mais relevância a valores mais próximos de 0 e menos relevância aos valores mais próximos de 1. Podem ser utilizados por exemplo intervalos de 0,1 (valores do *MRVAC* de 1 até 0,9, de 0,9 até 0,8, ..., de 0,1 até 0), resultando em 10 intervalos  $i$ , onde  $n_i$  é o número de ocorrências dentro do intervalo  $i$ .

O expoente  $m$  é usado para realçar ainda mais os resultados mais pequenos de *MRVAC* chegando assim à expressão:

$$WDI = \sum_i \left( n_i \times \frac{Sum_i^m}{N_{\omega}^{m+1}} \right) \quad (2.11)$$

em que  $Sum_i$  é o somatório de todos os valores de *MRVAC* que ocorreram dentro do intervalo  $i$ .

$$Sum_i = \left( \sum_{k=1}^{n_i} MRVAC_k \right)_i \quad (2.12)$$

## 2.4 Localização de dano

### 2.4.1 Damage Index

Com o objetivo de detetar, localizar, e quantificar o dano, *Bovio et al* [49] propõe um indicador de dano que avalia a presença de dano através das variações das FRFs de uma estrutura:

$$Index_{i,j} = \frac{\sum_{\omega} ||H_{i,j}(\omega)| - |^d H_{i,j}(\omega)||}{\sum_{\omega} |H_{i,j}(\omega)|} \quad (2.13)$$

onde  $|H_{i,j}(\omega)|$  representa a amplitude da FRF da estrutura intacta e  $|^d H_{i,j}(\omega)|$  da estrutura danificada, a uma frequência  $\omega$ .

### 2.4.2 Diferença de curvatura das FRFs

O conceito de curvatura de uma FRF baseia-se nas diferenças finitas de 2ª ordem, e é apresentado da seguinte forma por *Sampaio et al.* [27]:

$$H''_{i,j}(\omega) = \frac{H_{i+1,j}(\omega) - 2H_{i,j}(\omega) + H_{i-1,j}(\omega)}{h^2} \quad (2.14)$$

Em que  $h$  corresponde à distância entre pontos.

Para localizar o dano é feito, para cada ponto de medição  $i$ , a diferença absoluta das curvaturas das FRFs da estrutura com e sem dano, a cada frequência  $\omega$ . O localizador é então calculado pela soma destas diferenças numa gama de frequências escolhida, e para cada força aplicada  $j$ .

$$DIF\_CURV_i = \sum_j \sum_{\omega} |^d H''_{i,j}(\omega) - H''_{i,j}(\omega)| \quad (2.15)$$

## 2.5 Novos indicadores de dano

Com o aparecimento dos MEMS surge a possibilidade de medição direta de respostas de rotação, este trabalho tem como objetivo o estudo da inclusão destas respostas na deteção e localização de dano.

### 2.5.1 Deteção de dano

Os indicadores TDI e WDI são tradicionalmente calculados através de FRFs de translação.

Neste trabalho foi feito o estudo destes indicadores calculados não só através de FRFs de translação, como também através de FRFs de rotação, e curvaturas de FRFs de translação e rotação.

Para calcular estes indicadores através de curvaturas de FRFs, as transmissibilidades diretas são calculadas da seguinte forma:

$$\tau_{curv_{rs}}^{(j)} = H''_{rj}/H''_{sj} \quad (2.16)$$

No qual podemos usar tanto  $H''_{Rot_{i,j}}$  como  $H''_{Desl_{i,j}}$ . Fazendo isto é necessário ter em consideração que com as curvaturas, deixa de se poder utilizar informação acerca dos dois pontos das extremidades, sendo o número de transmissibilidades menor em 3 relativamente ao número de coordenadas medidas inicialmente para o cálculo das FRFs ( $N$ ), devido a isto é necessário fazer essa alteração no somatório do indicador  $TDI$ , podendo o novo indicador ser calculado da seguinte forma:

$$TDI_{curv} = \frac{1}{N_{\omega}} \sum_{\omega} \frac{\left| \sum_{r=1}^{N-3} \sum_{j=1}^M d_{\tau_{curv_{rs}}^{(j)}}(\omega) \overline{\tau_{curv_{rs}}^{(j)}(\omega)} \right|^2}{\sum_{r=1}^{N-3} \sum_{j=1}^M \left[ d_{\tau_{curv_{rs}}^{(j)}}(\omega) \overline{\tau_{curv_{rs}}^{(j)}(\omega)} \right] \sum_{r=1}^{N-3} \sum_{j=1}^M \left[ \tau_{curv_{rs}}^{(j)}(\omega) \overline{\tau_{curv_{rs}}^{(j)}(\omega)} \right]}, \quad (2.17)$$

$s = r + 1$

Na *Tabela 2.1* encontram-se os indicadores de deteção de dano utilizados neste trabalho.

*Tabela 2.1 – Indicadores de deteção de dano utilizados neste trabalho.*

Indicadores de dano existentes	$TDI_{Tran}$	Parâmetros de entrada $H_{Tran_{ij}}$
	$WDI_{Tran}$	
Indicadores de dano propostos	$TDI_{Rot}$	$H_{Rot_{ij}}$
	$WDI_{Rot}$	
	$TDI_{CURV_{Tran}}$	$H''_{Tran_{ij}}$
	$WDI_{CURV_{Tran}}$	
	$TDI_{CURV_{Rot}}$	$H''_{Rot_{ij}}$
	$WDI_{CURV_{Rot}}$	

## 2.5.2 Localização de dano

Para a localização de dano, o indicador já existente utilizado, foi o da diferença de curvaturas das FRFs utilizando FRFs de translação, equação 2.18, neste trabalho este indicador foi também calculado através de FRFs de rotação. Vamos destingir estes dois indicadores da seguinte forma:

$$DIF\_CURV\_Desl_i = \sum_j \sum_{\omega} \left| {}^d H''_{Tran_{i,j}}(\omega) - H''_{Tran_{i,j}}(\omega) \right| \quad (2.18)$$

$$DIF\_CURV\_Rot_i = \sum_j \sum_{\omega} \left| {}^d H''_{Rot_{i,j}}(\omega) - H''_{Rot_{i,j}}(\omega) \right| \quad (2.19)$$

Neste trabalho foi proposta uma modificação no indicador já existente, fazendo uma diferença relativa de curvaturas das FRFs, em vez de apenas uma diferença absoluta. Foram utilizadas curvaturas de FRFs de translação, equação 2.20, e de rotação, equação 2.21.

$$DIFrel\_CURV\_Desl_i = \sum_j \sum_{\omega} \left| \frac{{}^d H''_{Rot_{i,j}}(\omega) - H''_{Rot_{i,j}}(\omega)}{H''_{Rot_{i,j}}(\omega)} \right| \quad (2.20)$$

$$DIFrel\_CURV\_Rot_i = \sum_j \sum_{\omega} \left| \frac{{}^d H''_{Rot_{i,j}}(\omega) - H''_{Rot_{i,j}}(\omega)}{H''_{Rot_{i,j}}(\omega)} \right| \quad (2.21)$$

Foram propostos mais dois novos indicadores, que utilizam diretamente as FRFs, o indicador da diferença absoluta de FRFs, equação 2.22, e o indicador da diferença relativa de FRFs, equação 2.23, foram utilizadas FRFs de rotação.

$$DIF\_Rot_i = \sum_j \sum_{\omega} \left| {}^d H_{i,j}(\omega) - H_{i,j}(\omega) \right| \quad (2.22)$$

$$DIFrel\_Rot_i = \sum_j \sum_{\omega} \left| \frac{{}^d H_{i,j}(\omega) - H_{i,j}(\omega)}{H_{i,j}(\omega)} \right| \quad (2.23)$$

*Bovio et al* [49] propôs um indicador semelhante ao  $DIFrel\_Rot_i$  com a diferença de que ele apenas tinha uma força aplicada, e as respostas usadas foram de translações.

Os vários indicadores utilizados, são então diferenças de FRFs ou diferenças de curvatura de FRFs, utilizando FRFs de translação ou rotação, e estas diferenças podem ser relativas ou absolutas. Na *Tabela 2.2* é apresentado um quadro síntese com as combinações utilizadas neste trabalho.

*Tabela 2.2 - Síntese dos indicadores de localização de dano utilizados.*

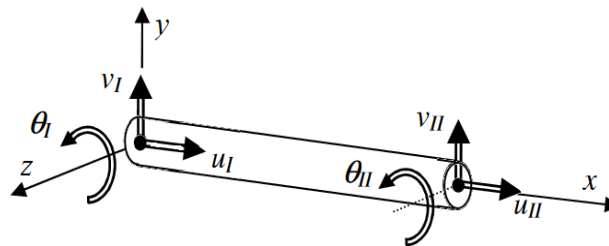
Localizador	Rel	Abs	Curv	Tran	Rot	
$DIF\_CURV\_Tran$		X	X	X		Indicador existente
$DIFrel\_CURV\_Tran$	X		X	X		Indicadores propostos
$DIF\_Rot$		X			X	
$DIFrel\_Rot$	X				X	
$DIF\_CURV\_Rot$		X	X		X	
$DIFrel\_CURV\_Rot$	X		X		X	

## 3 Simulação numérica

### 3.1 Descrição do objeto de estudo

#### 3.1.1 Modelo da viga sã

Neste trabalho foi usado como objeto de estudo o modelo de uma viga já existente no laboratório de mecânica estrutural. Para viga sã, *Figura 3.2*, foi criado um modelo no Ansys com 966 nós e 965 elementos de viga, cada elemento com 1mm de comprimento. Foi utilizado o elemento BEAM3, que é um elemento de viga 2D, elástico, com 3 graus de liberdade em cada nó, *Figura 3.1*. O elemento finito é representado na *Figura 3.1*, sendo que  $u_I$  e  $u_{II}$  são as translações segundo  $x$ ,  $v_I$  e  $v_{II}$  são as translações segundo  $y$ , e  $\theta_I$  e  $\theta_{II}$  as rotações em torno do eixo  $z$  nesses nós.



*Figura 3.1 – Elemento finito com 6 GDL*

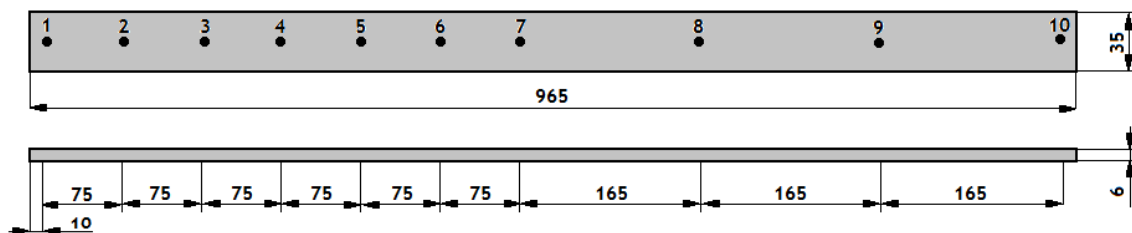
Foram estabelecidos constrangimentos de deslocamento em todos os nós segundo o eixo  $x$ . As condições de apoio da viga são livre-livre.

O material foi definido com as seguintes propriedades:

Módulo de Young -  $210 \times 10^9 \text{ Pa}$

Coefficiente de Poisson - 0,3

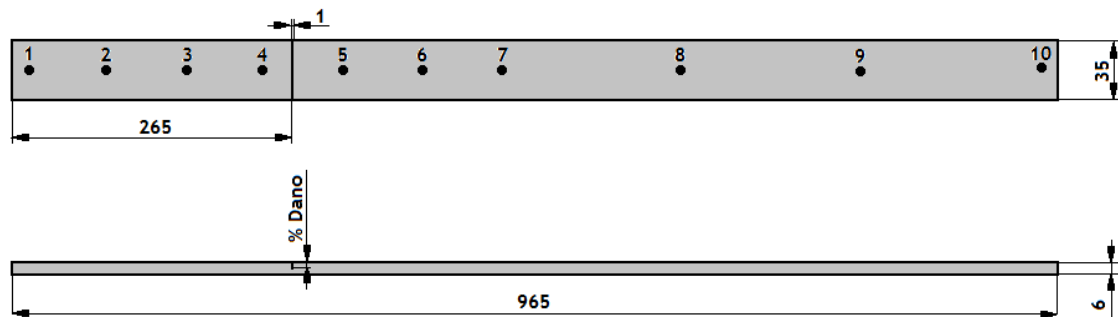
Densidade do material -  $7850 \text{ kg/m}^3$



*Figura 3.2 – Modelo da viga sã*

### 3.1.2 Modelo da viga com um dano

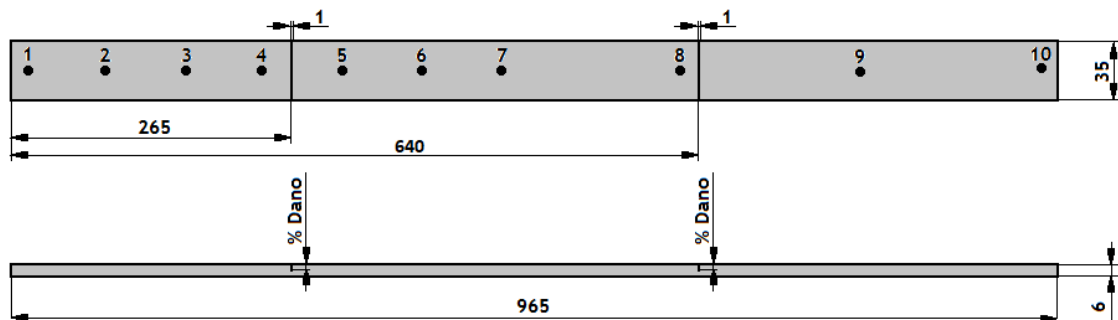
Para simular o dano entre o ponto 4 e o ponto 5, fez-se uma alteração na espessura do elemento 265, gerando assim um dano à distância de 265mm em toda a largura da viga, com 1mm de comprimento, e com a diferença de espessura pretendida em percentagem relativamente à viga sem dano, esquema na *Figura 3.3*. Este modelo é ligeiramente diferente da realidade pois a espessura é reduzida uniformemente dos dois lados, e não apenas num. Foram efetuados 10 níveis de dano (1%, 5%, 10%, 20%, 30%, 40%, 50%, 60%, 70%, 80%).



*Figura 3.3 – Modelo da viga com um dano*

### 3.1.3 Modelo da viga com dois danos

Para simular a viga com dois danos, para além do primeiro dano entre os pontos 4 e 5, foi adicionado um segundo dano próximo do ponto 8 através da alteração de espessura do elemento 640, gerando assim um dano à distância de 640mm em toda a largura da viga, com 1mm de comprimento, e com a diferença de espessura pretendida em percentagem relativamente à viga sem dano, esquema na *Figura 3.4*. Neste modelo ambos os danos têm a mesma espessura. Foram efetuados 10 níveis de dano (1%, 5%, 10%, 20%, 30%, 40%, 50%, 60%, 70%, 80%).



*Figura 3.4 – Modelo da viga com dois danos*

### 3.1.4 Frequências Naturais

Foi feita uma análise modal para a viga sã e para cada nível de dano, do modelo com 1 dano, para obter as frequências naturais, a *Tabela 3.1* mostra uma comparação dos resultados, em que o sombreado mais claro é feito quando ocorre alteração do valor da frequência natural relativamente à viga sem dano, e o sombreado mais escuro expressa os valores em que ocorreu uma variação desse valor de pelo menos 0,5Hz.

*Tabela 3.1 – Frequências Naturais para cada nível de dano obtidas através do Ansys*

Nível de Dano	Frequências (Hz)					
	1º Modo	2º Modo	3º Modo	4º Modo	5º Modo	6º Modo
<b>Sem Dano</b>	34,25	94,41	185,06	305,86	456,82	637,9
<b>1%</b>	34,25	94,41	185,06	305,86	456,81	637,88
<b>5%</b>	34,25	94,4	185,04	305,86	456,79	637,82
<b>10%</b>	34,25	94,38	185,02	305,86	456,75	637,72
<b>20%</b>	34,24	94,32	184,96	305,86	456,64	637,41
<b>30%</b>	34,22	94,23	184,84	305,86	456,43	636,87
<b>40%</b>	34,19	94,05	184,64	305,86	456,05	635,86
<b>50%</b>	34,14	93,69	184,23	305,85	455,29	633,89
<b>60%</b>	34,01	92,91	183,34	305,84	453,58	629,66
<b>70%</b>	33,65	90,82	181,12	305,82	449,17	619,66
<b>80%</b>	32,24	84,03	175,06	305,75	436,02	596,37

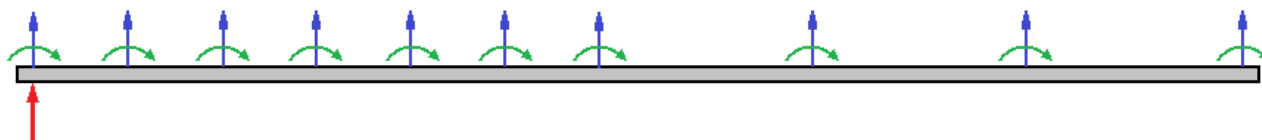
### 3.1.5 Obtenção das FRFs

Usando o modelo da viga sem dano, foi feita uma análise harmónica com uma força de 1N aplicada no ponto 1 (nó 11), para uma gama de frequências de [0,700]Hz com uma resolução de 0,25Hz.

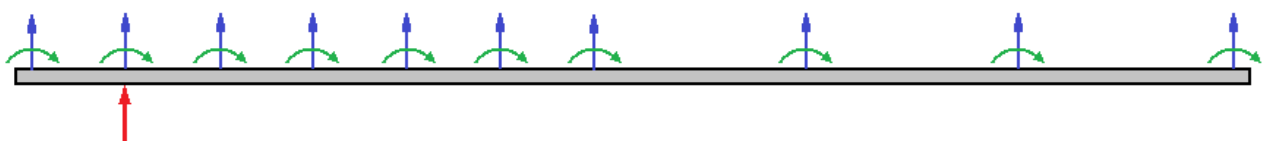
Posteriormente calculam-se as translações e as rotações de cada um dos 10 pontos, obtendo-se assim 10 FRFs de translação e 10 FRFs de rotação (com parte real e imaginária), cada uma com 2800 valores de frequência, *Figura 3.5*.

O ponto de aplicação da força é alterado para o ponto 2 e são calculadas novas FRFs, *Figura 3.6*, sendo este processo executado até ao 10º ponto de aplicação da força, *Figura 3.7*.

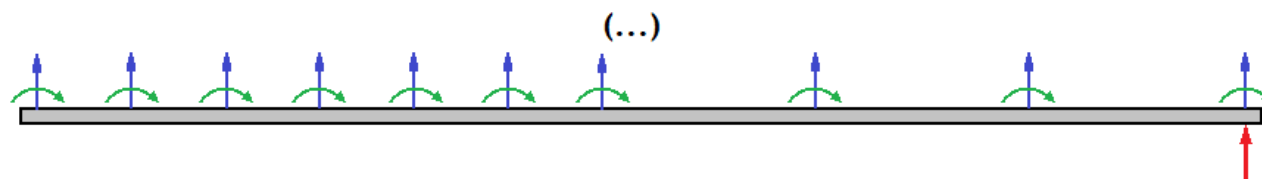
Para cada nível de dano repete-se este procedimento, tal como foi feito para o caso da viga sem dano, obtendo-se as várias FRFs.



*Figura 3.5 – Obtenção de FRFs de translação e rotação, através de uma análise harmónica com F aplicada no ponto 1*

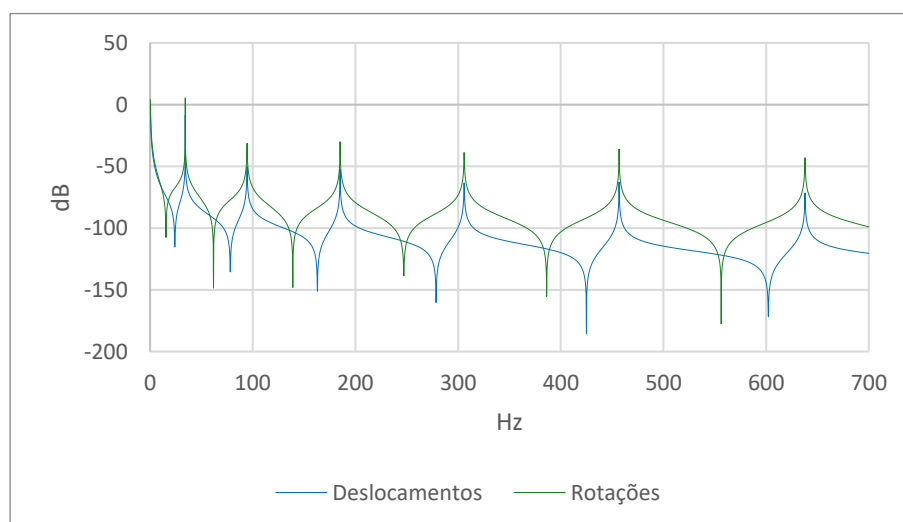


*Figura 3.6 - Obtenção de FRFs de translação e rotação, através de uma análise harmónica com F aplicada no ponto 2*



*Figura 3.7 - Obtenção de FRFs de translação e rotação, através de uma análise harmónica com F aplicada no ponto 10*

Na *Figura 3.8* apresenta-se um exemplo de FRFs de translação e rotação no ponto 1, com a força aplicada no mesmo ponto. Podemos verificar que existem diferenças relativamente às antirressonâncias para estas duas FRFs.



*Figura 3.8 - FRFs de translação e rotação no ponto 1 com força aplicada em 1, sem amortecimento*



### 3.1.6 Efeito do amortecimento nas FRFs

O amortecimento proporcional, ou de Rayleigh pode ser descrito da seguinte forma [31]:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (3.1)$$

onde  $[C]$  é a matriz de amortecimento, que é calculada a partir das matrizes de massa  $[M]$  e de rigidez  $[K]$ , sendo  $\alpha$  e  $\beta$  os coeficientes de proporcionalidade de massa e rigidez, respetivamente.

Sendo que a matriz de rigidez tem valores muito superiores aos valores da matriz de massa, nas análises seguintes não foi utilizada a constante  $\alpha$ .

Para seleccionar o valor do amortecimento a utilizar no modelo numérico foram realizados vários testes, nos gráficos seguintes (*Figuras 3.9, 3.10, 3.11, 3.12, 3.13*) estão demonstradas FRFs com vários valores de  $\beta$  para o amortecimento em comparação com a FRF sem amortecimento. Foram calculadas as FRFs de rotação no ponto 1, devido à força aplicada no ponto 1.

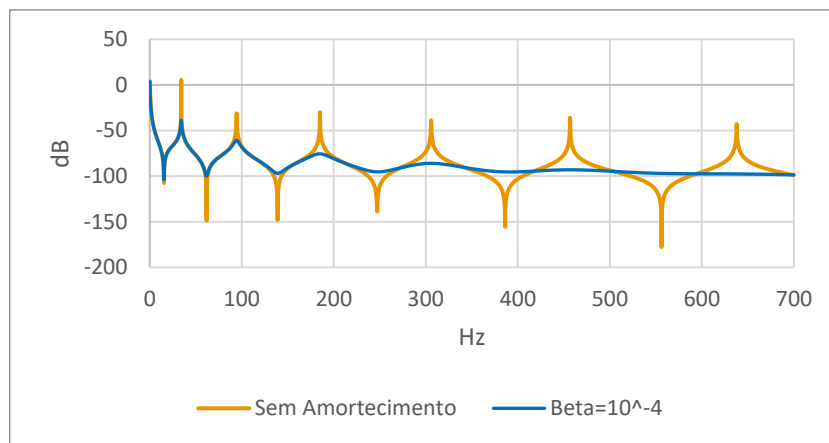


Figura 3.9 - FRFs de rotação no ponto 1 com força aplicada em 1, sem amortecimento e com amortecimento  $\beta = 10^{-4}$ .

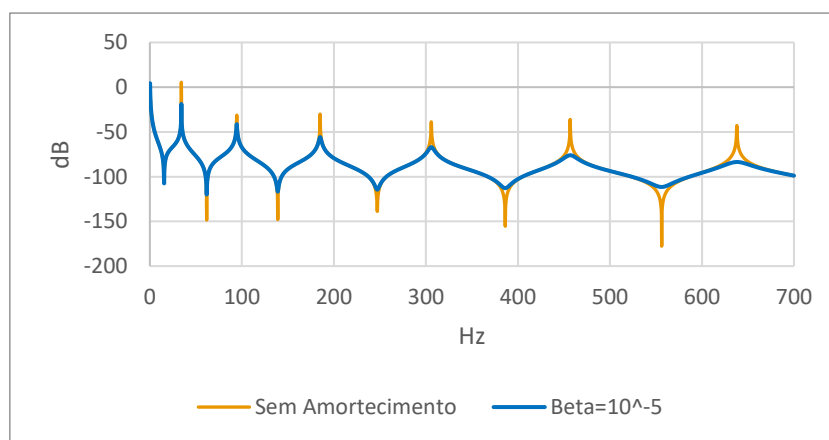


Figura 3.10 - FRFs de rotação no ponto 1 com força aplicada em 1, sem amortecimento e com amortecimento  $\beta = 10^{-5}$ .

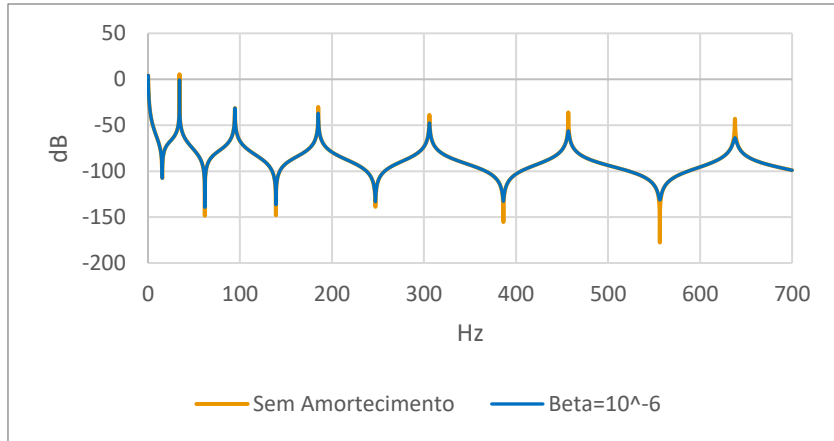


Figura 3.11 - FRFs de rotação no ponto 1 com força aplicada em 1, sem amortecimento e com amortecimento  $\beta = 10^{-6}$

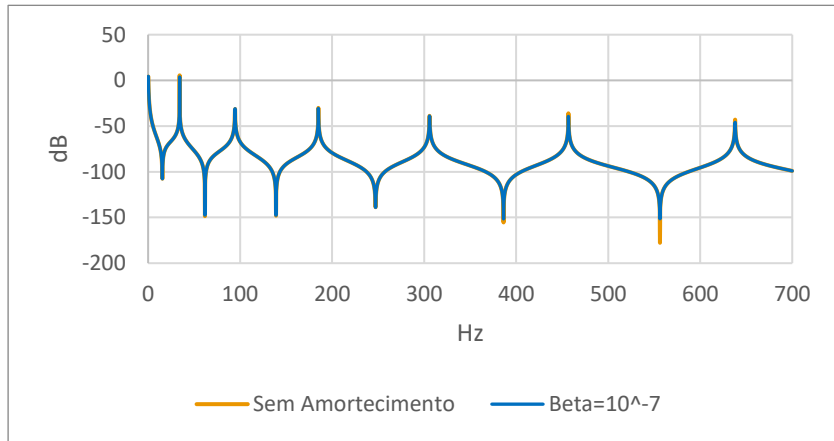


Figura 3.12 - FRFs de rotação no ponto 1 com força aplicada em 1, sem amortecimento e com amortecimento  $\beta = 10^{-7}$

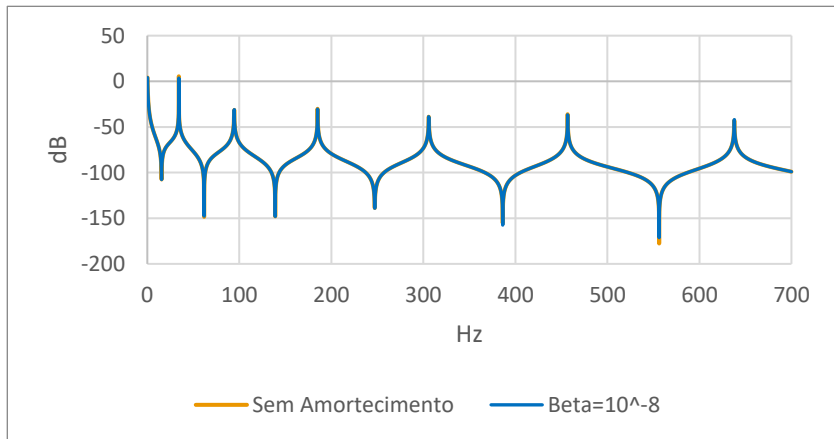


Figura 3.13 - FRFs de rotação no ponto 1 com força aplicada em 1, sem amortecimento e com amortecimento  $\beta = 10^{-8}$

Tendo em conta estes resultados, para as seguintes análises o valor escolhido para o amortecimento foi de  $\beta = 10^{-6}$ .

## 3.2 Análise dos indicadores utilizando a resposta exata

### 3.2.1 Detecção de dano em viga com um dano

Depois da obtenção das FRFs, foram utilizados os indicadores de dano *TDI* e *WDI* (com  $m=1,2,4$ ) para fazer o estudo da detecção de dano em viga com um dano, para os vários níveis de dano, utilizando os valores das FRFs de translação e rotação, distinguindo-se assim quatro indicadores, *TDI\_Tran*, *WDI\_Tran*, *TDI\_Rot* e *WDI\_Rot*. Foi feita uma análise sem amortecimento *Figura 3.14*, e com amortecimento ( $\beta = 10^{-6}$ ), *Figura 3.15*.

Posteriormente foi utilizado o conceito de curvatura das FRFs, equação (2.17), para tentar melhorar os resultados obtidos por estes indicadores, e para ver se estas curvaturas calculadas podem ser um substituto das rotações medidas pelos sensores.

Como no caso desta viga, as distâncias são diferentes no ponto 7 à esquerda, e no ponto 7 à direita, considerou-se o valor médio de  $h$ , para o cálculo da curvatura das FRFs no ponto 7.

O autor [76] propõe outra forma de calcular curvaturas para casos em que as distâncias são diferentes.

Daqui resultam os indicadores *TDI\_CURV\_Tran*, *WDI\_CURV\_Tran*, *TDI\_CURV\_Rot*, e *WDI\_CURV\_Rot*.

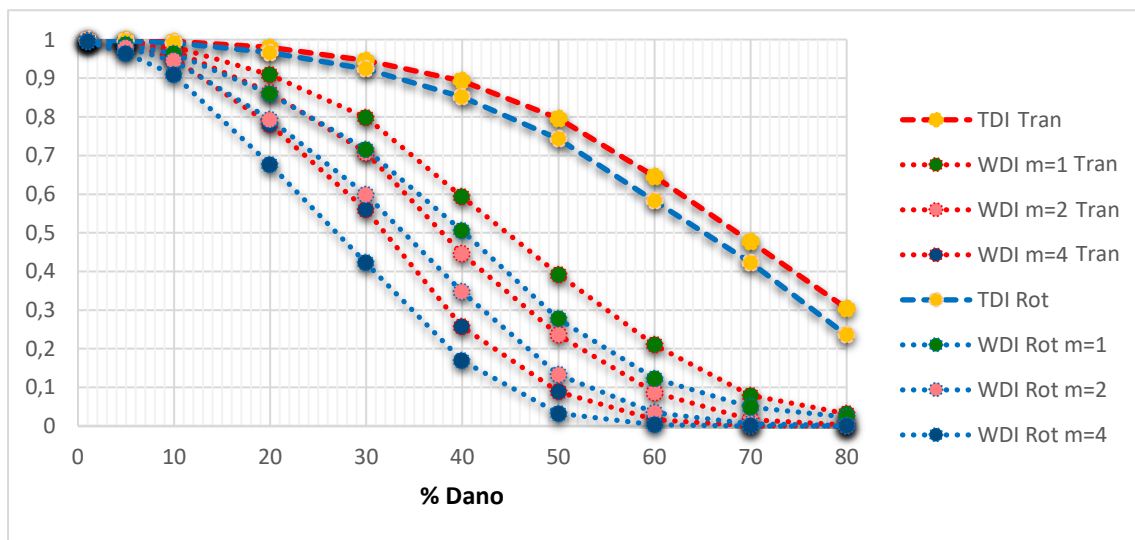


Figura 3.14 – Indicadores de dano *TDI* e *WDI* com  $m=1, 2$  e  $4$  comparando *translações* e *rotações* para cada nível de dano, *sem amortecimento*

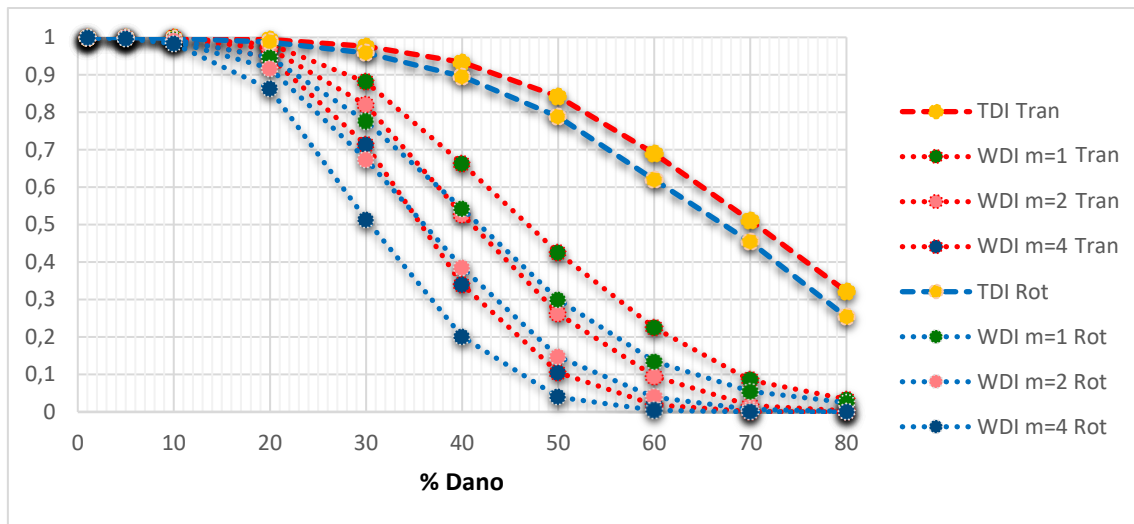


Figura 3.15 – Indicadores de dano *TDI* e *WDI* com  $m=1, 2$  e  $4$  comparando *translações* e *rotações* para cada nível de dano, com amortecimento  $\beta = 10^{-6}$

A partir daqui é sempre usado o amortecimento de  $\beta = 10^{-6}$ . No gráfico seguinte, *Figura 3.16*, é feita uma comparação entre os resultados relativos aos seis indicadores utilizados, *TDI\_Tran*, *WDI\_Tran*, *TDI\_Rot*, *WDI\_Rot*, *TDI\_CURV\_Tran*, *WDI\_CURV\_Tran*, *TDI\_CURV\_Rot* e *WDI\_CURV\_Rot*. Para os indicadores *WDI* é usado  $m=2$ .

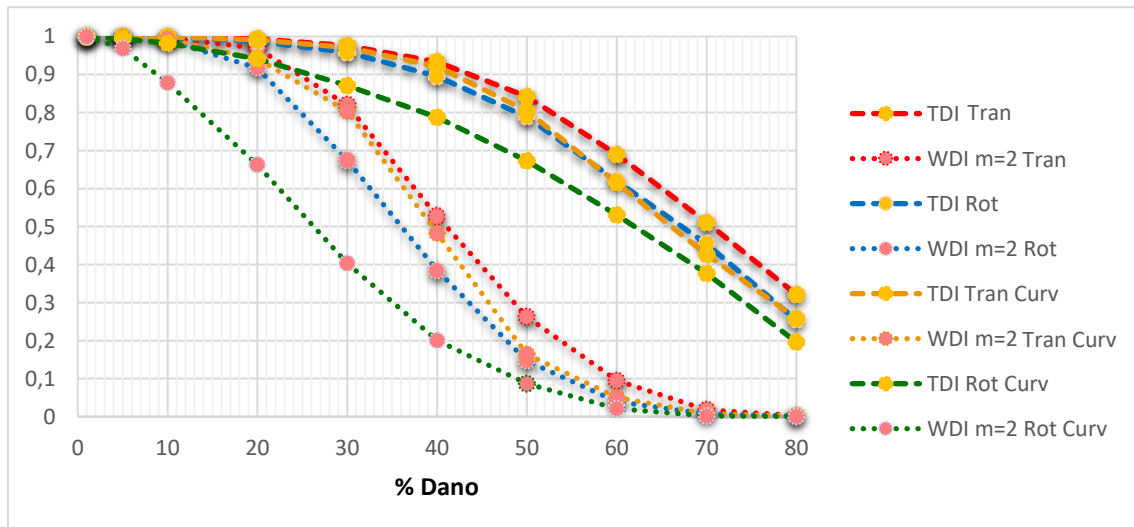


Figura 3.16 – Indicadores de dano *TDI* e *WDI* com  $m=2$  comparando *translações*, *rotações*, *curvaturas de translações* e *curvaturas de rotações*, para cada nível de dano, com amortecimento  $\beta = 10^{-6}$

Os indicadores que utilizam as rotações revelaram-se como sendo mais sensíveis que os indicadores calculados através de translações. A *Figura 3.17*, mostra-nos o gráfico relativo à comparação entre os indicadores *TDI\_Rot*, *WDI\_Rot*, *TDI\_CURV\_Rot* e *WDI\_CURV\_Rot*. Para os indicadores *WDI* é usado  $m=1, 2$  e  $4$ .

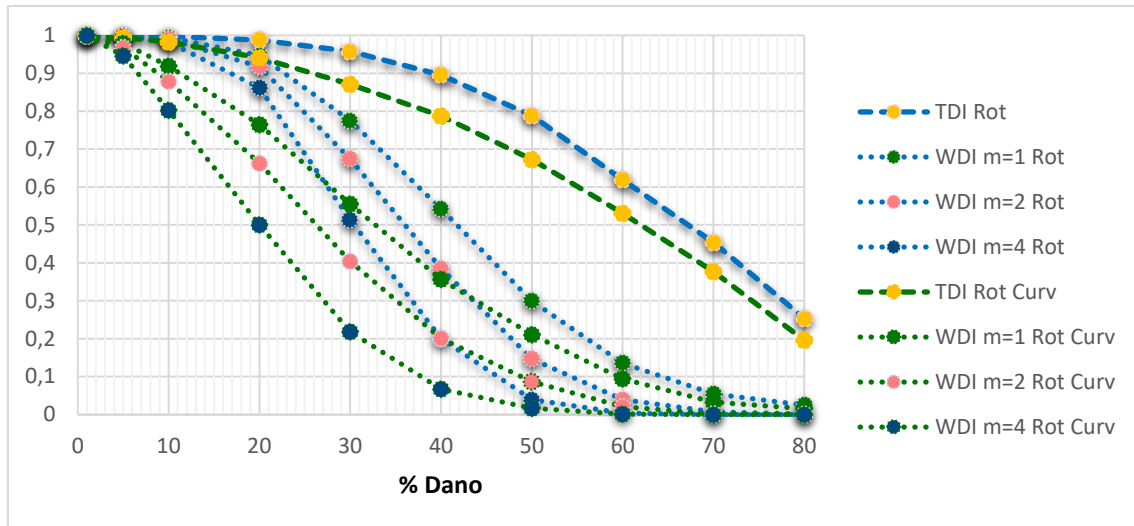


Figura 3.17 – Indicadores de dano *TDI* e *WDI* com  $m=1, 2$  e  $4$  comparando *rotações* e *curvaturas de rotações*, para cada nível de dano, com amortecimento  $\beta = 10^{-6}$

### 3.2.1.1 - Discussão de resultados e conclusões

Através da comparação das *Figuras 3.14* e *Figura 3.15* podemos observar que a inclusão de amortecimento faz com que o dano só seja detetado mais tarde.

Com os indicadores *TDI* e *WDI* podemos concluir que o dano pode ser detetado mais cedo utilizando dados provenientes das FRFs de rotação do que de FRFs de translação.

Utilizando o conceito de curvatura das FRFs podemos melhorar os resultados. Não tendo sensores de rotações, é preferível calcular as curvaturas das FRFs de translação, embora estas não apresentem melhores resultados que as FRFs de rotação.

Os indicadores de dano calculados através das curvaturas das FRFs de rotação são os que nos dão melhores resultados, por larga margem.

Por ordem, os indicadores que apresentaram melhor resultado são então:

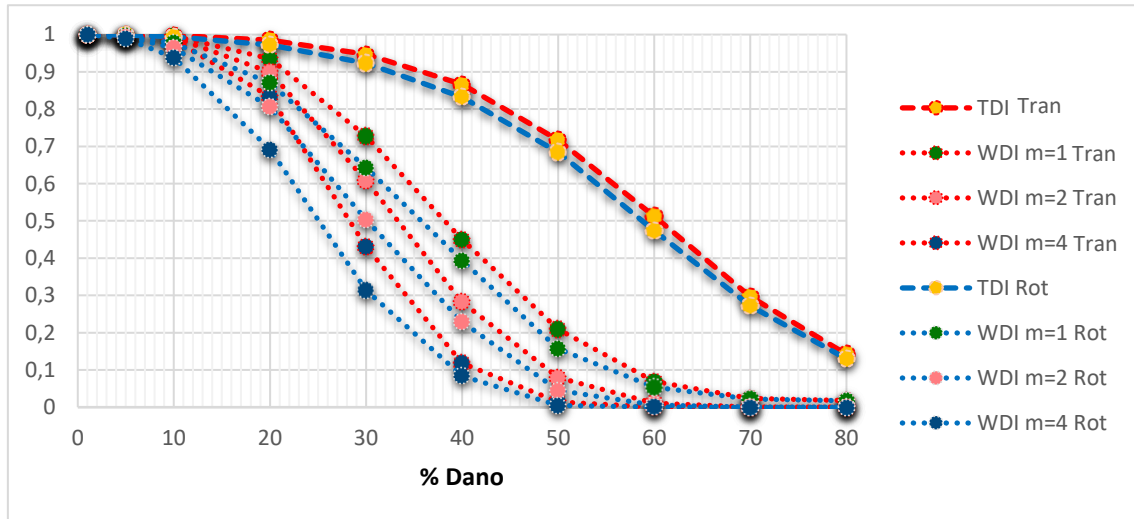
1º *WDI\_CURV\_Rot*

2º *WDI\_Rot*

3º *WDI\_CURV\_Tran*

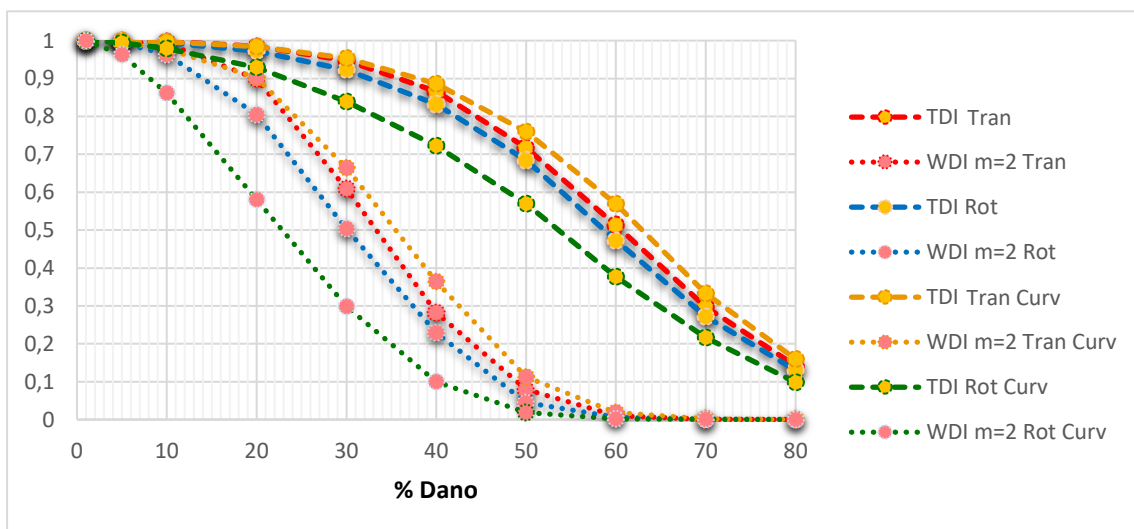
### 3.2.2 Detecção de dano em viga com dois danos

Foram utilizados os indicadores de dano *TDI* e *WDI* (com  $m=1,2,4$ ) para fazer o estudo da detecção de dano, para os vários níveis de dano, utilizando os valores das FRFs de translação e rotação (*TDI\_Tran*, *WDI\_Tran*, *TDI\_Rot* e *WDI\_Rot*). Foi usado sempre o amortecimento de  $Beta = 10^{-6}$ , *Figura 3.18*.



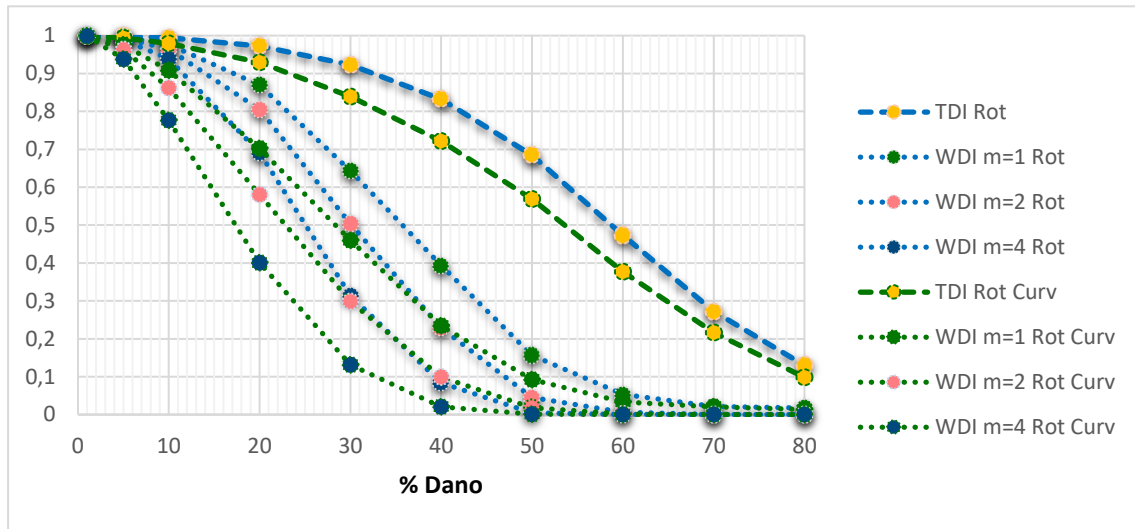
*Figura 3.18 – Indicadores de dano TDI e WDI com  $m=1, 2$  e  $4$  comparando translações e rotações para cada nível de dano. Viga com dois danos.*

Foram depois utilizadas também curvaturas das FRFs para comparar com os indicadores que utilizam as FRFs diretamente. Tal como para o caso da viga com um dano, como as distâncias são diferentes entre o ponto 6 e 7, e o ponto 7 e 8, foi feita uma média para o valor de  $h$ , na equação (2.14), para o cálculo da curvatura das FRFs no ponto 7, *Figura 3.19*.



*Figura 3.19 – Indicadores de dano TDI e WDI com  $m=2$  comparando translações, rotações, curvaturas de translações e curvaturas de rotações, para cada nível de dano. Viga com dois danos*

Por fim, foi feita uma comparação entre os resultados utilizando as FRFs de rotação diretamente, e utilizando as curvaturas das FRFs de rotação, sendo que estes foram os que se revelaram melhores, tal como anteriormente para o caso da viga com um dano. São usados os indicadores  $TDI_{Rot}$ ,  $WDI_{Rot}$ ,  $TDI_{CURV_{Rot}}$  e  $WDI_{CURV_{Rot}}$ , com  $m=1, 2$  e  $4$ , *Figura 3.20*.



*Figura 3.20 – Indicadores de dano  $TDI$  e  $WDI$  com  $m=1, 2$  e  $4$  comparando rotações e curvaturas de rotações, para cada nível de dano. Viga com dois danos*

### 3.2.2.1 Discussão de resultados e conclusões

Os resultados dos testes de detecção de dano na viga com dois danos são semelhantes aos da viga com um dano, sendo que os valores dos indicadores são ligeiramente mais baixos para a mesma percentagem de dano, sendo possível detetar mais cedo que a viga está danificada como era de esperar, tendo em conta que havendo dois elementos danificados, o nível de dano é agora o “dobro”.

Com os indicadores  $TDI$  e  $WDI$  podemos concluir que o dano pode ser detetado primeiramente utilizando as FRFs de rotação do que as de translação. Estes resultados podem ser melhorados introduzindo o conceito de curvatura. Os indicadores calculados através das curvaturas das FRFs de rotação são os que apresentam melhores resultados.

Por ordem, os indicadores que apresentaram melhor resultado são então:

1º  $WDI_{CURV_{Rot}}$

2º  $WDI_{Rot}$  através das FRFs de rotação

3º  $WDI_{CURV_{Tran}}$

### 3.2.3 Localização de dano em viga com um dano

Para a localização do dano começou-se por utilizar o indicador da diferença de curvaturas das FRFs de translação (*DIF\_CURV\_Tran*). Os resultados foram normalizados para 1, dividindo todos os valores pelo maior.

Para o primeiro teste foi utilizada toda a gama de frequências [0, 700] Hz.

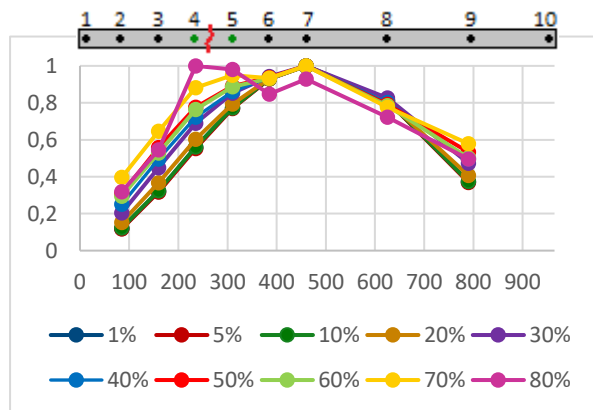


Figura 3.21 – *DIF\_CURV\_Tran* para a gama de frequências de ]0, 700] Hz

Os resultados não foram conclusivos, e como o autor *Sampaio et al.* [27] teve sucesso com gamas de frequências baixas, resolveu-se fazer o teste para as gamas de ]0, 2.5] Hz, ]0, 20] Hz e ]0, 100] Hz.

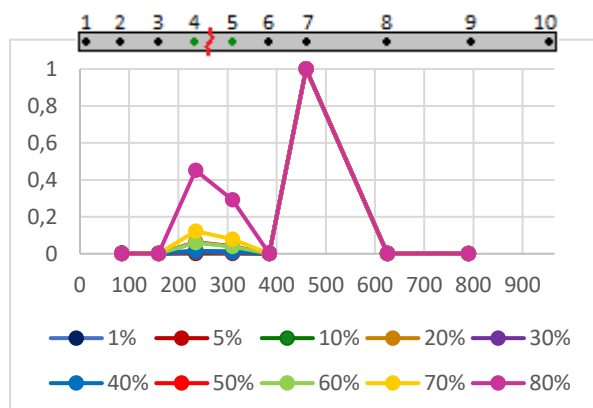


Figura 3.23 – *DIF\_CURV\_Tran*, para a gama de frequências de ]0, 2.5] Hz

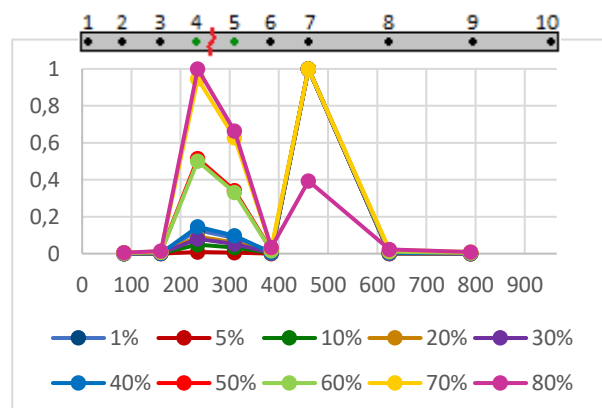


Figura 3.22 – *DIF\_CURV\_Tran*, para a gama de frequências de ]0, 20] Hz



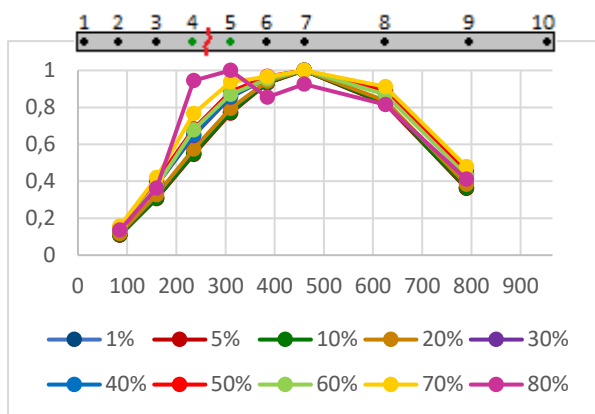


Figura 3.24 – *DIF\_CURV\_Tran*, para a gama de frequências de ]0, 100] Hz

Para as gamas de ]0, 2.5] Hz e ]0, 20] Hz o localizador *DIF\_CURV\_Tran* apresenta um pico no ponto 7, isto deve-se provavelmente à aproximação feita para o  $h$ , caso este ponto fosse removido, como se pode observar, o localizador aponta para os pontos 4 e 5, como deveria.

Para a gama de ]0, 100] Hz deixa de ser possível localizar o dano. Para tentar perceber o facto do localizador funcionar apenas em baixas frequências, foi realizado uma simulação para o intervalo de frequências de [480, 600] Hz, intervalo em que não existe nenhuma ressonância, *Figura 3.26*, estudou-se também os intervalos ]0, 480] e ]0, 600] para comparação, *Figuras 3.27 e 3.28*.

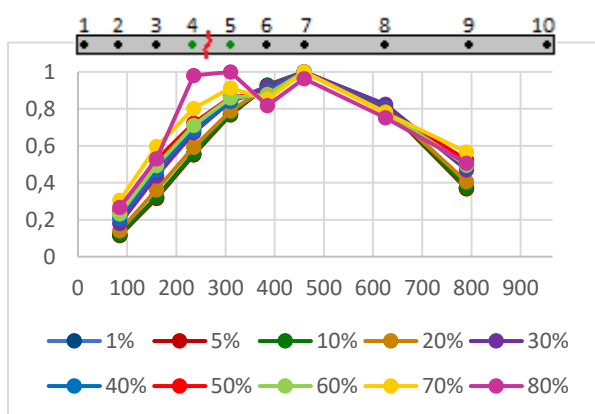


Figura 3.26 – *DIF\_CURV\_Tran*, para a gama de frequências de ]0, 480] Hz

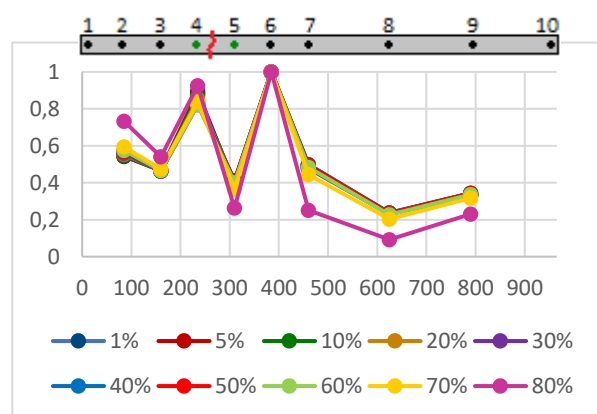


Figura 3.25 – *DIF\_CURV\_Tran*, para a gama de frequências de [480, 600] Hz

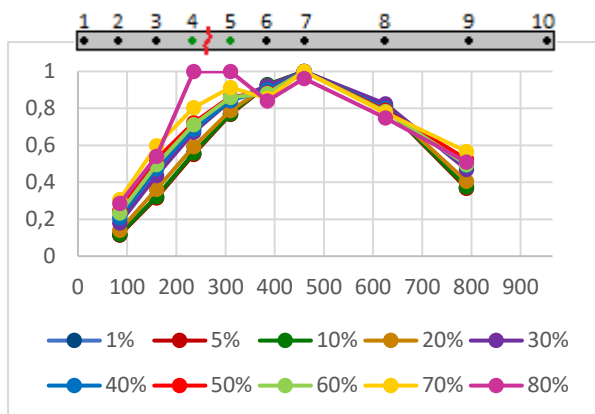


Figura 3.27 – *DIF\_CURV\_Tran*, para a gama de frequências de ]0, 600] Hz

Não foi possível chegar a conclusões.

Foi proposto então o localizador das diferenças absolutas de FRFs de rotação, *DIF\_Rot*, equação (2.22), para estudar a possibilidade da substituição das curvaturas das FRFs de translação pelas FRFs de rotação. Isto foi realizado para as varias gamas de frequências estudadas anteriormente ([0, 700]Hz, ]0, 2.5]Hz, ]0, 20]Hz, ]0, 100]Hz, ]0, 480]Hz, [480, 600]Hz e ]0, 600]Hz), Figuras 3.28 a 3.34.

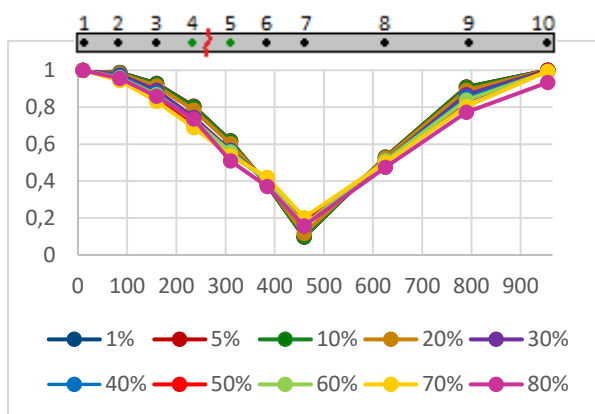


Figura 3.28 – *DIF\_Rot*, para a gama de frequências de ]0, 700] Hz

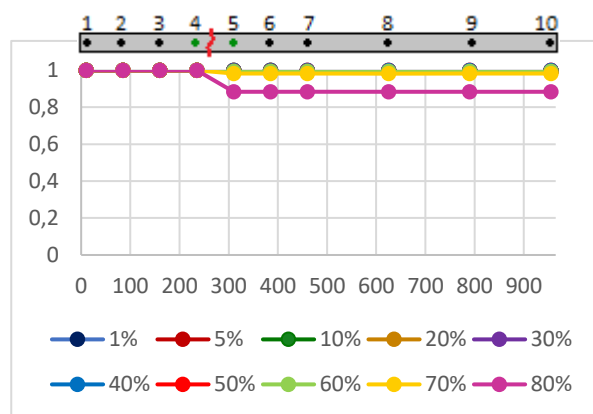


Figura 3.29 – *DIF\_Rot*, para a gama de frequências de ]0, 2.5] Hz

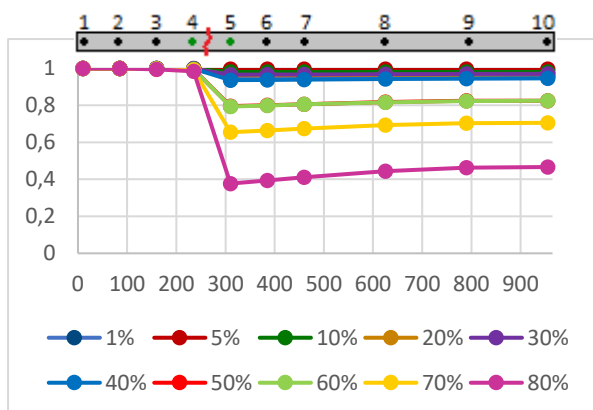


Figura 3.31 – *DIF\_Rot*, para a gama de frequências de ]0, 20] Hz

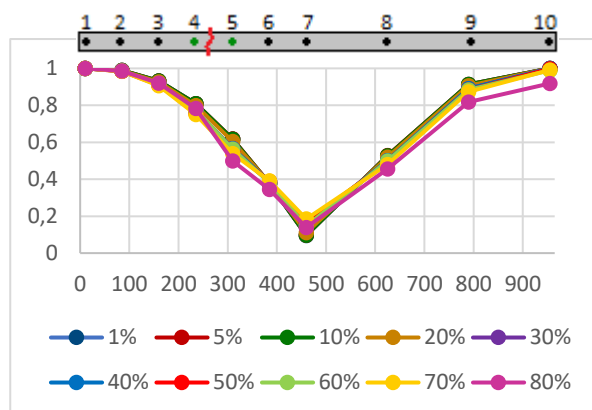


Figura 3.30 – *DIF\_Rot*, para a gama de frequências de ]0, 100] Hz

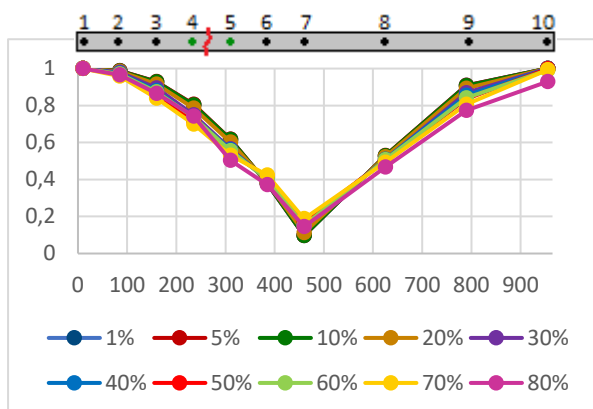


Figura 3.33 – *DIF\_Rot*, para a gama de frequências de ]0, 480] Hz

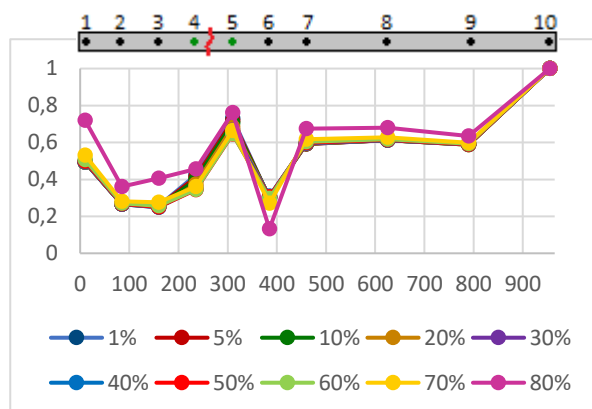


Figura 3.32 – *DIF\_Rot*, para a gama de frequências de [480, 600] Hz

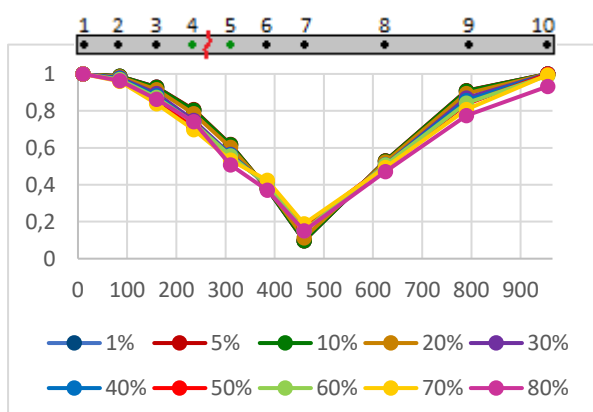


Figura 3.34 – *DIF\_Rot*, para a gama de frequências de ]0, 600] Hz

Os resultados não foram promissores para nenhum dos intervalos de frequência, pelo que não é uma boa opção utilizar o *DIF\_Rot* como localizador de dano.

Posteriormente foi feito um estudo análogo ao anterior, utilizando as curvaturas das FRFs de rotação, *DIF\_CURV\_Rot*, Figuras 3.35 a 3.41.

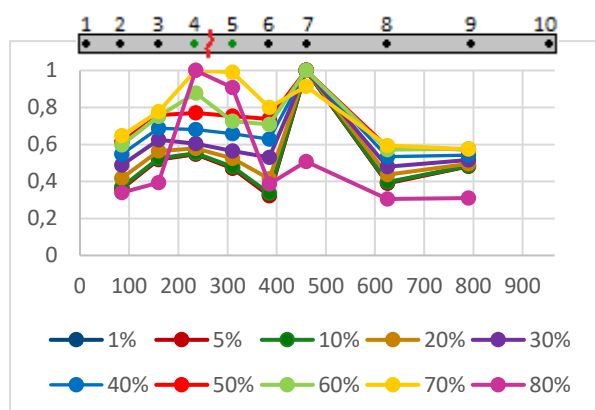


Figura 3.39 – *DIF\_CURV\_Rot*, para a gama de frequências de [0, 700] Hz

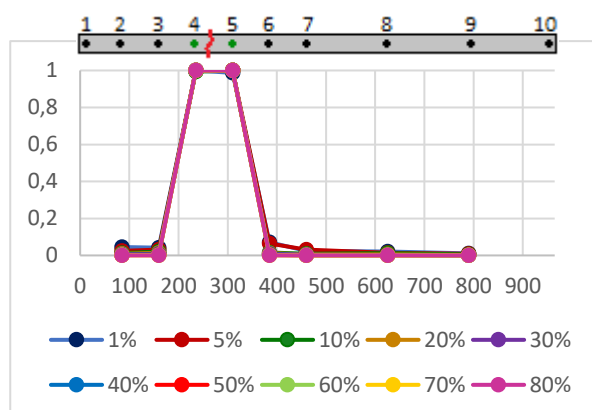


Figura 3.38 – *DIF\_CURV\_Rot*, para a gama de frequências de [0, 2.5] Hz

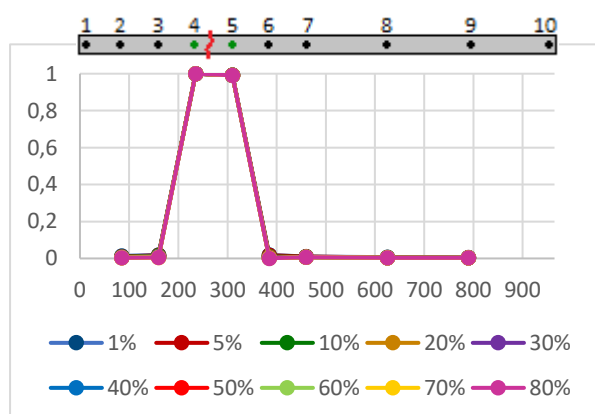


Figura 3.37 – *DIF\_CURV\_Rot*, para a gama de frequências de [0, 20] Hz

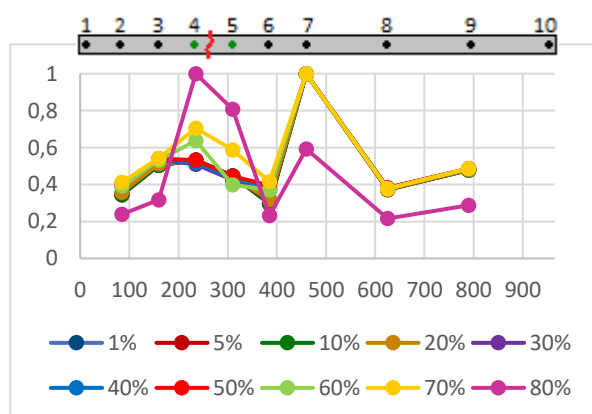


Figura 3.36 – *DIF\_CURV\_Rot*, para a gama de frequências de [0, 100] Hz

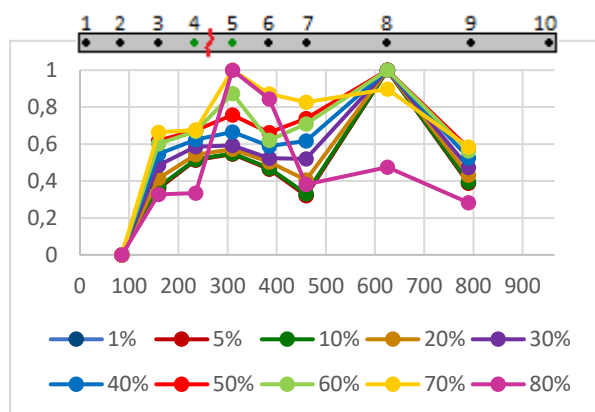


Figura 3.35 – *DIF\_CURV\_Rot*, para a gama de frequências de [0, 480] Hz

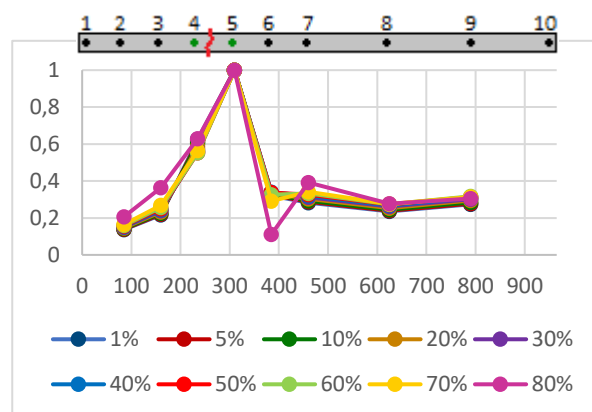


Figura 3.40 – *DIF\_CURV\_Rot*, para a gama de frequências de [480, 600] Hz

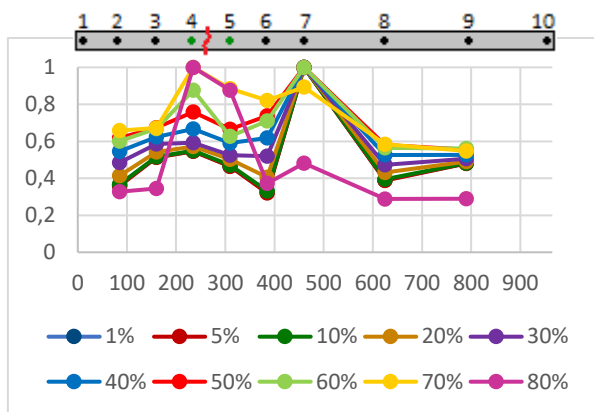


Figura 3.41 – *DIF\_CURV\_Rot*, para a gama de frequências de ]0, 600] Hz

O indicador *DIF\_CURV\_Rot* é sensível à gama de frequências, havendo uma localização clara do dano para as gamas de frequência de ]0, 2.5] Hz e ]0, 20] Hz, foi possível localizar o dano também usando o intervalo [480, 600] Hz.

Com o intuito de melhorar resultados, foi desenvolvida uma modificação nestes três indicadores utilizados anteriormente. Em vez de fazer apenas a diferença absoluta, dividiu-se esta pelo valor sem dano, sendo assim um erro relativo, o que neste caso pode fazer mais sentido. Surgiram então três novos localizadores de dano, *DIFrel\_CURV\_Tran*, *DIFrel\_Rot*, e *DIFrel\_CURV\_Rot*.

De seguida são apresentados os resultados obtidos por estes três indicadores, para as várias gamas de frequência estudadas anteriormente, Figuras 3.42 a 3.62.

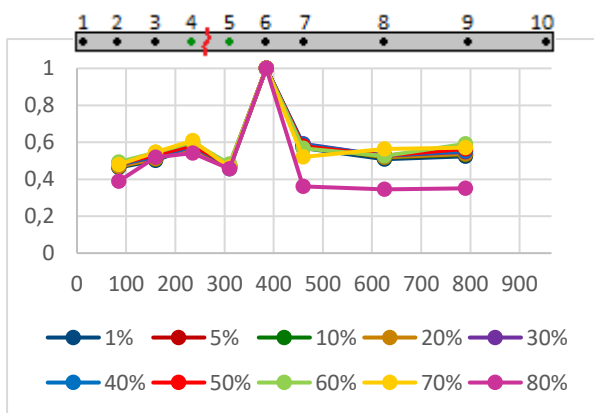


Figura 3.43 – *DIFrel\_CURV\_Tran*, para a gama de frequências de ]0, 700] Hz

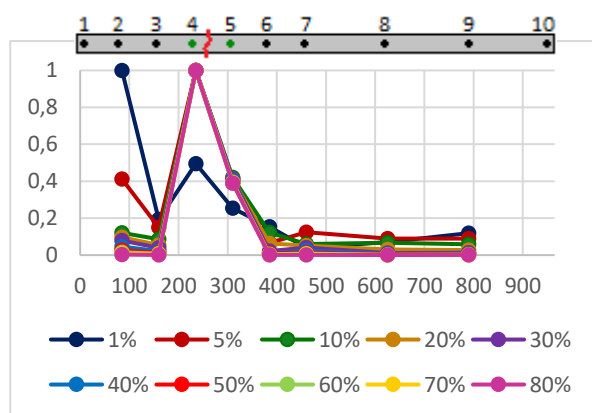
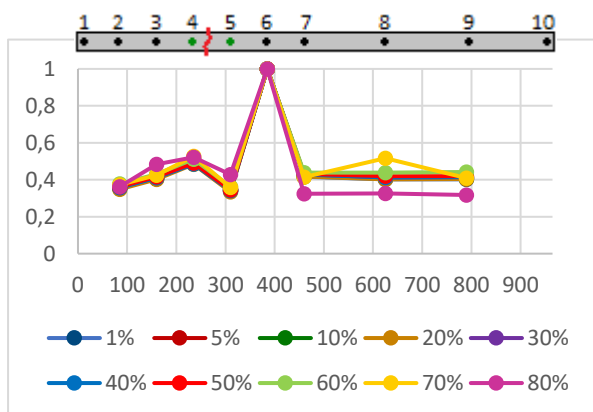
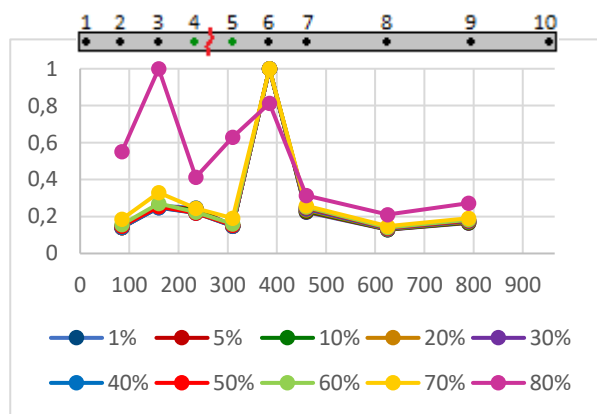
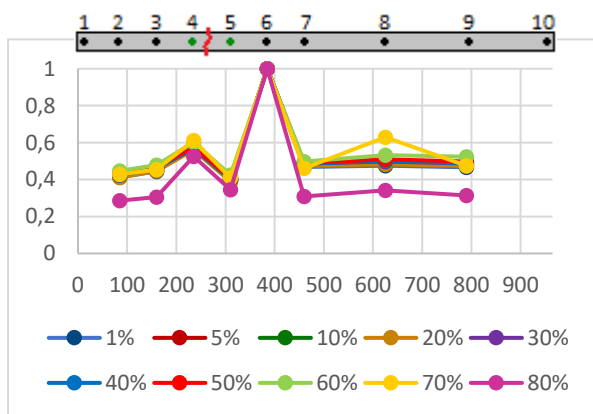
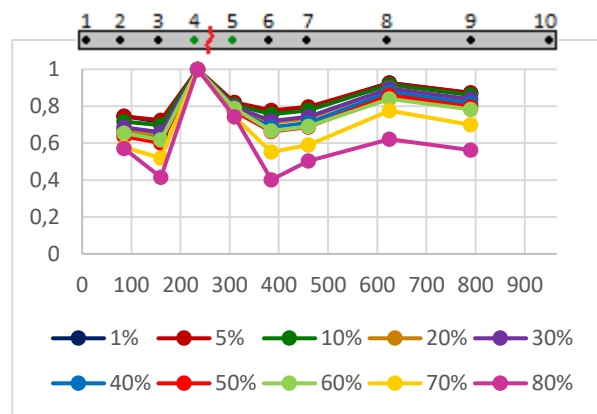
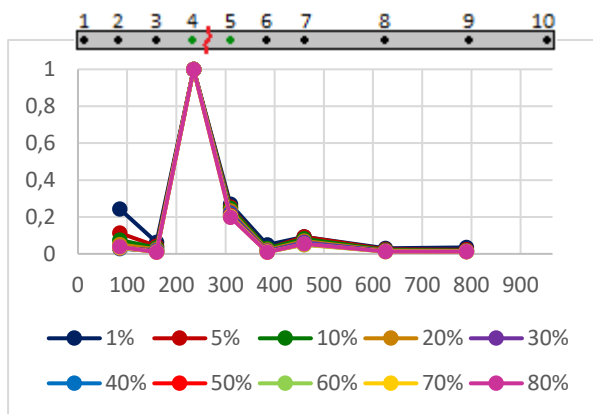


Figura 3.42 – *DIFrel\_CURV\_Rot*, para a gama de frequências de ]0, 2.5] Hz



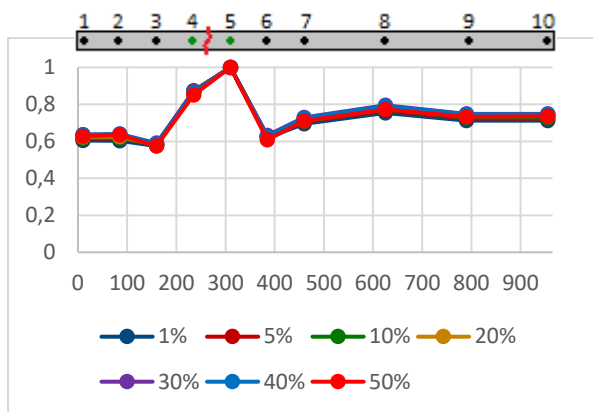


Figura 3.50 – *DIFrel\_Rot*, para a gama de frequências de [0, 700] Hz

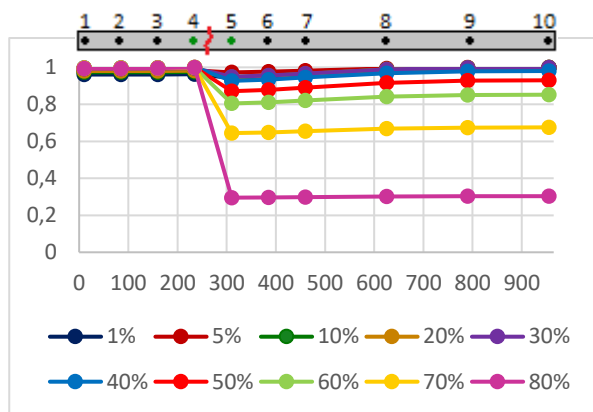


Figura 3.49 – *DIFrel\_Rot*, para a gama de frequências de [0, 2.5] Hz

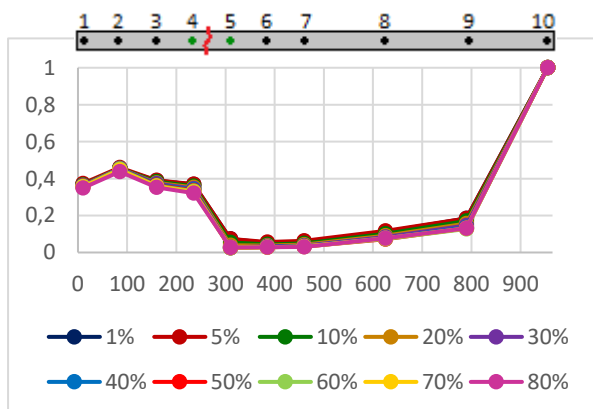


Figura 3.52 – *DIFrel\_Rot*, para a gama de frequências de [0, 20] Hz

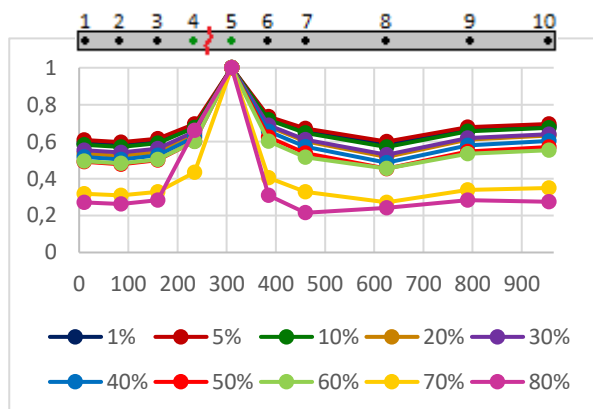


Figura 3.51 – *DIFrel\_Rot*, para a gama de frequências de [0, 100] Hz

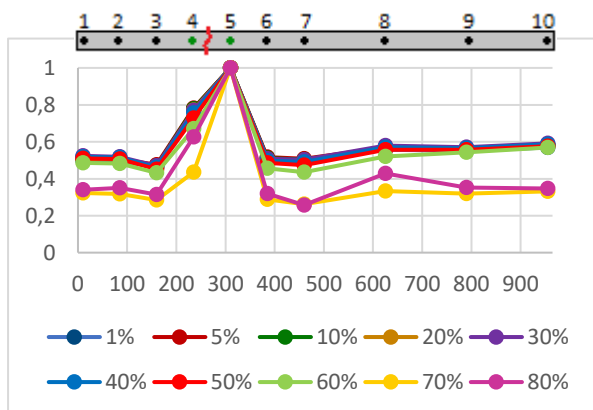


Figura 3.54 – *DIFrel\_Rot*, para a gama de frequências de [0, 480] Hz

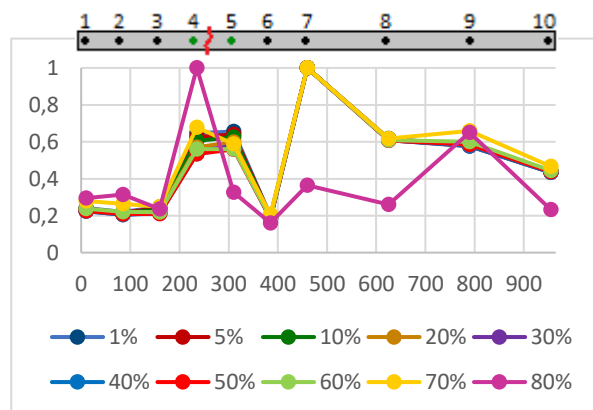


Figura 3.53 – *DIFrel\_Rot*, para a gama de frequências de [480, 600] Hz

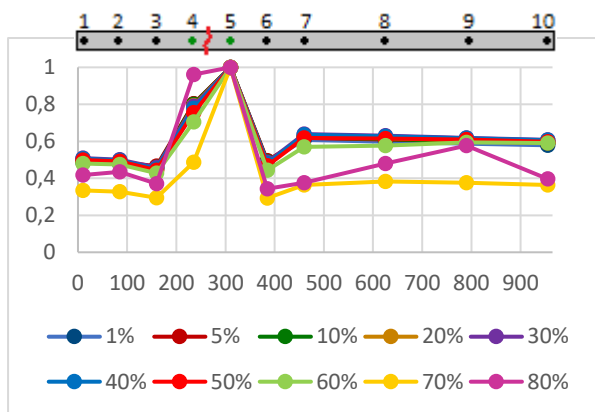


Figura 3.55 – *DIFrel\_Rot*, para a gama de frequências de ]0, 600] Hz

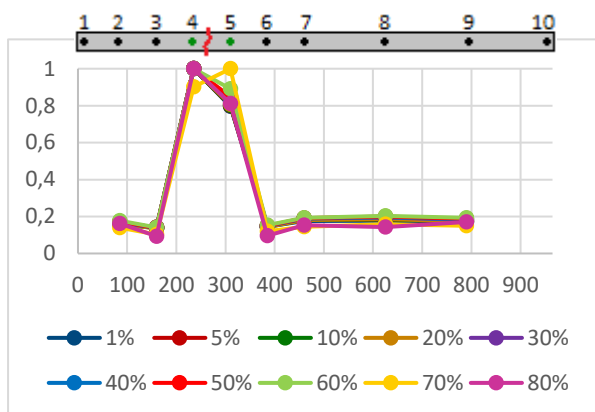


Figura 3.57 – *DIFrel\_CURV\_Rot*, para a gama de frequências de ]0, 700] Hz

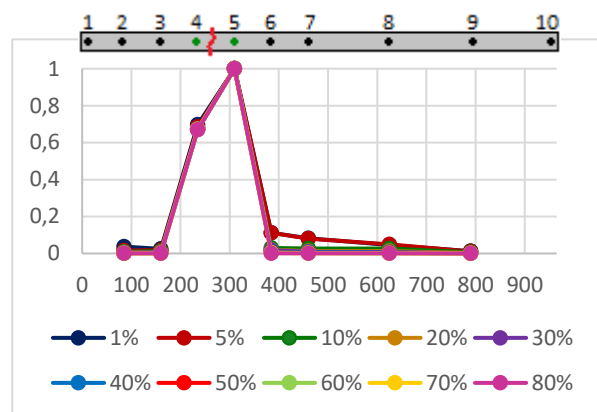


Figura 3.56 – *DIFrel\_CURV\_Rot*, para a gama de frequências de ]0, 2.5] Hz

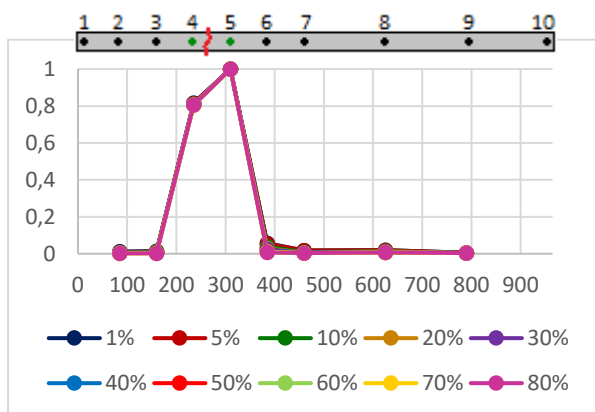


Figura 3.58 – *DIFrel\_CURV\_Rot*, para a gama de frequências de ]0, 20] Hz

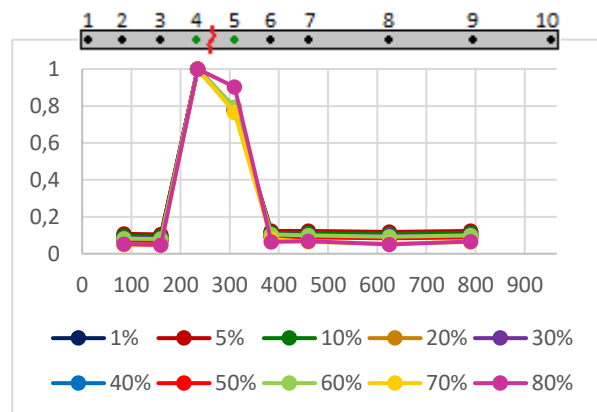


Figura 3.59 – *DIFrel\_CURV\_Rot*, para a gama de frequências de ]0, 100] Hz



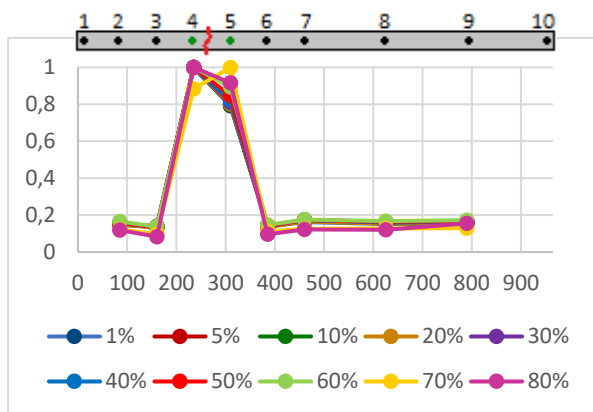


Figura 3.62 – *DIFrel\_CURV\_Rot*, para a gama de frequências de ]0, 480] Hz

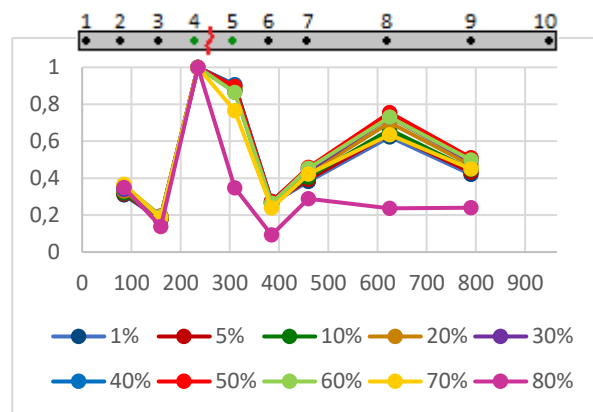


Figura 3.61 – *DIFrel\_CURV\_Rot*, para a gama de frequências de [480, 600] Hz

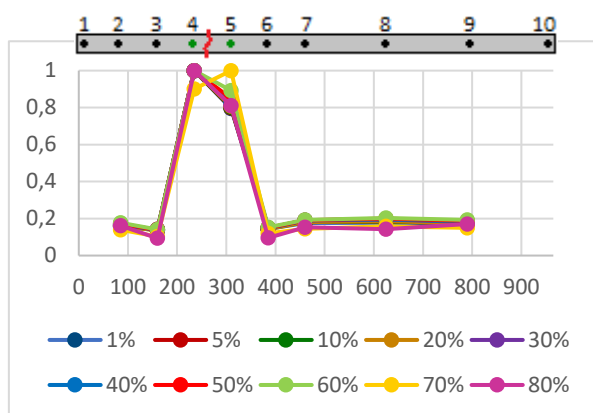


Figura 3.60 – *DIFrel\_CURV\_Rot*, para a gama de frequências de ]0, 600] Hz

Sendo que o dano se encontra entre os pontos 4 e 5, o localizador deveria ter como maiores valores estes dois pontos.

Foram construídas tabelas (Tabela 3.2 a 3.7) que resumem e apresentam de uma forma simplificada os resultados obtidos, indicando em que casos foi o dano localizado pelos indicadores. Para apresentar resultados usou-se como critério de localização o seguinte: se o localizador obteve nos pontos 4 e 5 os dois valores mais elevados (situação 2 verde escuro); se teve apenas um destes pontos com o valor mais elevado (situação 1 verde claro); ou se não teve nenhum destes dois pontos (situação 0 vermelho). Esquema na Figura 3.63.

Verificou-se o ponto 7 conduziu a maus resultados em varias situações, o que provavelmente se justifica devido à aproximação do  $h$ .

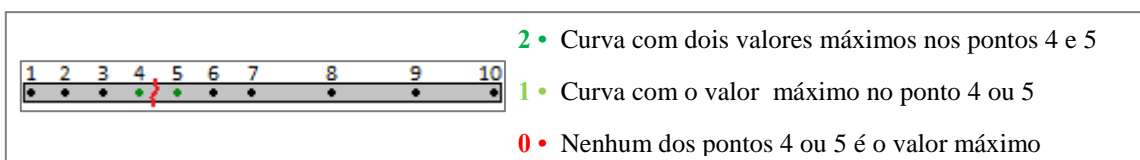


Figura 3.63 – Critério apresentação dos resultados de localização para viga com um dano (legenda dos quadros)

Tabela 3.2 – DIF\_CURV\_Tran

Nível de Dano	Frequências (Hz)						
	]0, 2.5]	]0, 20]	]0, 100]	]0, 480]	]0, 600]	]0, 700]	[480, 600]
1%	0	0	0	0	0	0	0
5%	0	0	0	0	0	0	0
10%	0	0	0	0	0	0	0
20%	0	0	0	0	0	0	0
30%	0	0	0	0	0	0	0
40%	0	0	0	0	0	0	0
50%	0	0	0	0	0	0	0
60%	0	0	0	0	0	0	0
70%	0	0	0	0	0	0	0
80%	0	2	2	2	2	2	0

Tabela 3.3 – DIFrel\_CURV\_Tran

Nível de Dano	Frequências (Hz)						
	]0, 2.5]	]0, 20]	]0, 100]	]0, 480]	]0, 600]	]0, 700]	[480, 600]
1%	0	2	1	0	0	0	0
5%	1	2	1	0	0	0	0
10%	2	2	1	0	0	0	0
20%	2	2	1	0	0	0	0
30%	2	2	1	0	0	0	0
40%	2	2	1	0	0	0	0
50%	2	2	1	0	0	0	0
60%	2	2	1	0	0	0	0
70%	2	2	1	0	0	0	0
80%	2	2	2	0	0	0	0

Tabela 3.4 – DIF\_Rot

Nível de Dano	Frequências (Hz)						
	]0, 2.5]	]0, 20]	]0, 100]	]0, 480]	]0, 600]	]0, 700]	[480, 600]
1%	0	0	0	0	0	0	0
5%	0	0	0	0	0	0	0
10%	0	0	0	0	0	0	0
20%	0	0	0	0	0	0	0
30%	0	0	0	0	0	0	0
40%	0	0	0	0	0	0	0
50%	0	0	0	0	0	0	0
60%	0	0	0	0	0	0	0
70%	0	0	0	0	0	0	0
80%	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 3.5 – DIFrel\_Rot

Nível de Dano	Frequências (Hz)						
	]0, 2.5]	]0, 20]	]0, 100]	]0, 480]	]0, 600]	]0, 700]	[480, 600]
1%	0	0	1	2	2	2	0
5%	0	0	1	2	2	2	0
10%	0	0	1	2	2	2	0
20%	0	0	1	2	2	2	0
30%	0	0	1	2	2	2	0
40%	1	0	1	2	2	2	0
50%	1	0	1	2	2	2	0
60%	1	0	1	2	2	2	0
70%	1	0	2	2	2	2	0
80%	1	0	2	2	2	2	1

Tabela 3.6 – DIF\_CURV\_Rot

Nível de Dano	Frequências (Hz)						
	[0, 2.5]	[0, 20]	[0, 100]	[0, 480]	[0, 600]	[0, 700]	[480, 600]
1%	2	2	0	0	0	0	2
5%	2	2	0	0	0	0	2
10%	2	2	0	0	0	0	2
20%	2	2	0	0	0	0	2
30%	2	2	0	0	0	0	2
40%	2	2	0	0	0	0	2
50%	2	2	0	0	0	0	2
60%	2	2	0	0	0	0	2
70%	2	2	0	1	2	2	2
80%	2	2	2	2	2	2	2

Tabela 3.7 – DIFrel\_CURV\_Rot

Nível de Dano	Frequências (Hz)						
	]0, 2.5]	]0, 20]	]0, 100]	]0, 480]	]0, 600[	]0, 700]	[480, 600]
1%	2	2	2	2	2	2	2
5%	2	2	2	2	2	2	2
10%	2	2	2	2	2	2	2
20%	2	2	2	2	2	2	2
30%	2	2	2	2	2	2	2
40%	2	2	2	2	2	2	2
50%	2	2	2	2	2	2	2
60%	2	2	2	2	2	2	2
70%	2	2	2	2	2	2	2
80%	2	2	2	2	2	2	2

### 3.2.3.1 Discussão de resultados e conclusões

Para a localização de dano, verificou-se que os indicadores calculados através de curvaturas de FRFs de rotação (*DIF\_CURV\_Rot* e *DIFrel\_CURV\_Rot*) são melhores que os calculados através de curvaturas das FRFs de translação (*DIF\_CURV\_Tran* e *DIFrel\_CURV\_Tran*). Os resultados dos indicadores calculados através de diferenças relativas ao invés de diferenças absolutas também melhoraram os resultados.

De um modo geral o indicador *DIFrel\_CURV\_Rot* foi o que obteve melhores resultados, tendo os picos sempre nos pontos da viga em que era suposto, para todas as frequências.

O indicador *DIFrel\_Rot* obteve bons resultados para as gamas de frequência mais altas.

Para as gamas de frequência mais baixas, tanto o *DIFrel\_CURV\_Tran* como o *DIF\_CURV\_Rot* obtiveram bons resultados.

### 3.2.4 Localização de dano em viga com dois danos

Os mesmos localizadores foram depois utilizados para a viga com dois danos, as figuras dos resultados obtidos encontram-se em anexo. Um resumo dos resultados é apresentado nas tabelas seguintes (*Tabelas 3.8 a 3.13*), onde para cada gama de frequências temos a indicação se houve a localização de cada um dos danos. O critério para apresentação dos resultados de localização está expresso na *Figura 3.64*.

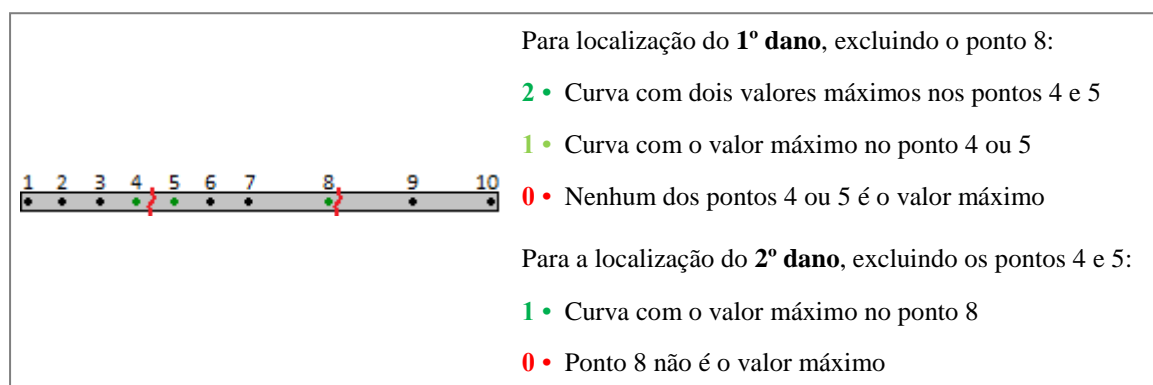


Figura 3.64 – Critério de apresentação dos resultados de localização para viga com dois danos (legenda dos quadros)

Em que para o primeiro dano, foi usado o mesmo critério referido anteriormente no caso da viga com um dano (excluindo o ponto do segundo dano, ponto 8). O segundo dano encontra-se bastante próximo do ponto 8, como tal apenas foi considerado o dano como localizado caso este ponto fosse o valor mais elevado (excluindo os pontos 4 e 5).

Tabela 3.8 – DIF\_CURV\_Tran, viga com dois danos

Nível de Dano	Frequências (Hz)													
	]0, 2.5]		]0, 20]		]0, 100]		]0, 480]		]0, 600]		]0, 700]		[480, 600]	
1%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
60%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
70%	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
80%	0	0	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	0	0

Tabela 3.9 – DIFrel\_CURV\_Trans, viga com dois danos

Nível de Dano	Frequências (Hz)													
	]0, 2.5]		]0, 20]		]0, 100]		]0, 480]		]0, 600]		]0, 700]		[480, 600]	
1%	0	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5%	2	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10%	2	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20%	2	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30%	2	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40%	2	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50%	2	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
60%	2	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
70%	2	1	2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
80%	2	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 3.10 – DIF\_Rot, dois danos

Nível de Dano	Frequências (Hz)													
	]0, 2.5]		]0, 20]		]0, 100]		]0, 480]		]0, 600]		]0, 700]		[480, 600]	
1%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
60%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
70%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
80%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 3.11 – DIFrel\_Rot, dois danos

Nível de Dano	Frequências (Hz)													
	]0, 2.5]		]0, 20]		]0, 100]		]0, 480]		]0, 600]		]0, 700]		[480, 600]	
1%	0	0	0	0	2	1	2	1	1	1	1	1	0	0
5%	0	1	0	0	2	1	2	1	1	1	1	1	0	0
10%	1	0	0	0	2	1	1	1	1	1	1	1	0	0
20%	1	0	0	0	2	1	1	1	1	1	1	1	0	0
30%	1	0	0	0	2	1	1	1	1	1	1	1	0	0
40%	1	0	0	0	2	1	1	1	1	1	1	1	0	0
50%	1	0	0	0	2	1	2	1	1	1	1	1	0	0
60%	1	0	0	0	2	1	2	1	2	1	2	1	0	0
70%	1	0	0	0	2	1	2	1	2	1	2	1	1	0
80%	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0

Tabela 3.12 – DIF\_CURV\_Rot, dois danos

Nível de Dano	Frequências (Hz)													
	]0, 2.5]		]0, 20]		]0, 100]		]0, 480]		]0, 600]		]0, 700]		[480, 600]	
1%	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0
5%	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0
10%	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0
20%	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0
30%	2	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0
40%	2	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0
50%	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0
60%	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0
70%	2	0	2	0	0	0	1	0	1	0	1	0	2	0
80%	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0



Tabela 3.13 – *DIFrel\_CURV\_Rot*, dois danos

Nível de Dano	Frequências (Hz)													
	]0, 2.5]		]0, 20]		]0, 100]		]0, 480]		]0, 600]		]0, 700]		[480, 600]	
1%	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	0
5%	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	0
10%	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	0
20%	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	0
30%	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1
40%	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1
50%	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1
60%	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	0
70%	2	1	2	1	2	1	2	0	2	0	2	1	1	0
80%	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	1	0

### 3.2.4.1 Discussão de resultados e conclusões

Para a localização de dano na viga com dois danos, tal como para a viga com um dano, o indicador que apresentou melhores resultados de um modo geral foi o indicador *DIFrel\_CURV\_Rot*, tendo localizado os dois danos praticamente sempre a todas as frequências, exceto na gama de ]480, 600] em que não foi possível localizar o 2º dano.

O indicador *DIFrel\_Rot* continuou com bons resultados para as gamas de frequência mais altas.

Para as gamas de frequência mais baixas, o *DIFrel\_CURV\_Tran* também continuou a ter resultados satisfatórios, já o *DIF\_CURV\_Rot* apenas localizou o primeiro dano.

Por ordem, para localização de dano em viga com dois danos, os melhores indicadores seriam:

1º *DIFrel\_CURV\_Rot*.

2º *DIFrel\_Rot*.

3º *DIFrel\_CURV\_Tran*.

### 3.3 Análise dos indicadores utilizando a resposta poluída com ruído (simulação da resposta experimental)

#### 3.3.1 Introdução

Não tendo sido possível obter a resposta experimental, foi necessário fazer a simulação dos dados experimentais para uma melhor avaliação dos indicadores. Para simular a experimentação foi necessário poluir cada valor das FRFs com ruído. Para tal, foi utilizada a função *rand* do matlab, que gera valores aleatórios, com uma distribuição uniforme entre 0 e 1.

$$H_{ij}(\omega)_{c/ruído} = [1 + 2 \times (0.5 - \text{rand}) \times \text{erro}] \times H_{ij}(\omega)_{exata} \quad (3.2)$$

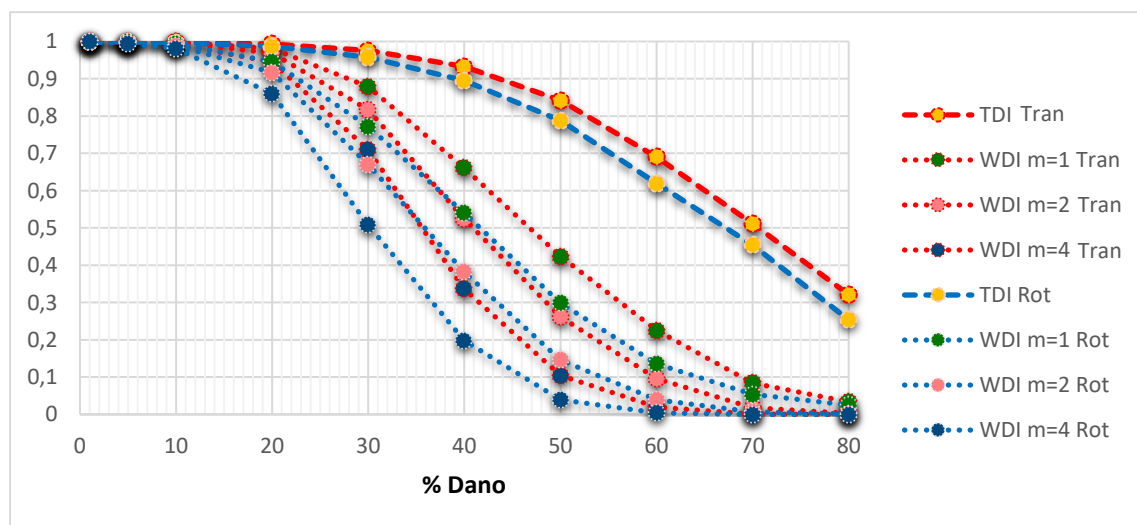
Os valores de erro utilizados foram de 0.02 e 0.05, obtendo assim valores de ruído de 2% e 5%.

Foi sempre usado o mesmo conjunto de FRFs.

#### 3.3.2 Detecção de dano com ruído

##### 3.3.2.1 Detecção de dano em viga com um dano, com ruído

Depois de poluídas as FRFs com ruído de 2%, foram usados os indicadores de dano *TDI* e *WDI* com  $m=1, 2$  e  $4$ , para cada nível de dano, utilizando os valores das FRFs de translação e rotação diretamente, *Figura 3.65*.



*Figura 3.65 – Indicadores de dano TDI e WDI com  $m=1, 2$  e  $4$  comparando translações e rotações para cada nível de dano. Ruído de 2%.*

Na Figura 3.66, estão expostos os indicadores  $TDI_{Tran}$ ,  $WDI_{Tran}$ ,  $TDI_{Rot}$ ,  $WDI_{Rot}$ ,  $TDI_{CURV_{Tran}}$ ,  $WDI_{CURV_{Tran}}$ ,  $TDI_{CURV_{Rot}}$  e  $WDI_{CURV_{Rot}}$  com  $m=2$  e para um ruído de 2%.

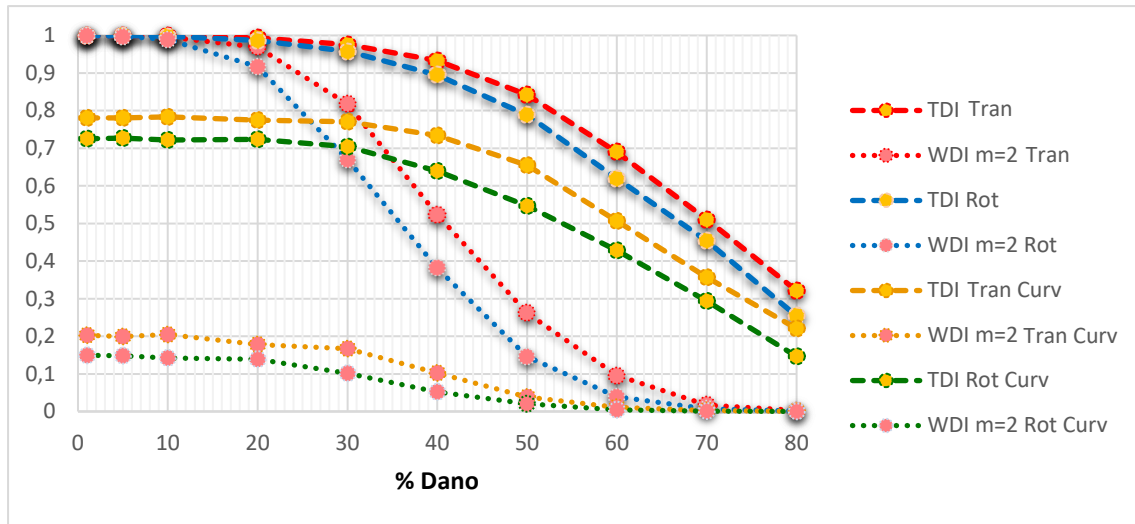


Figura 3.66 – Indicadores de dano TDI e WDI com  $m=2$  comparando translações, rotações, curvaturas de translações e curvaturas de rotações, para cada nível de dano. Ruído de 2%.

Por fim, foram utilizados os mesmos indicadores para os dados poluídos com ruído de 5%. Os resultados estão apresentados nas Figuras 3.67 e 3.68.

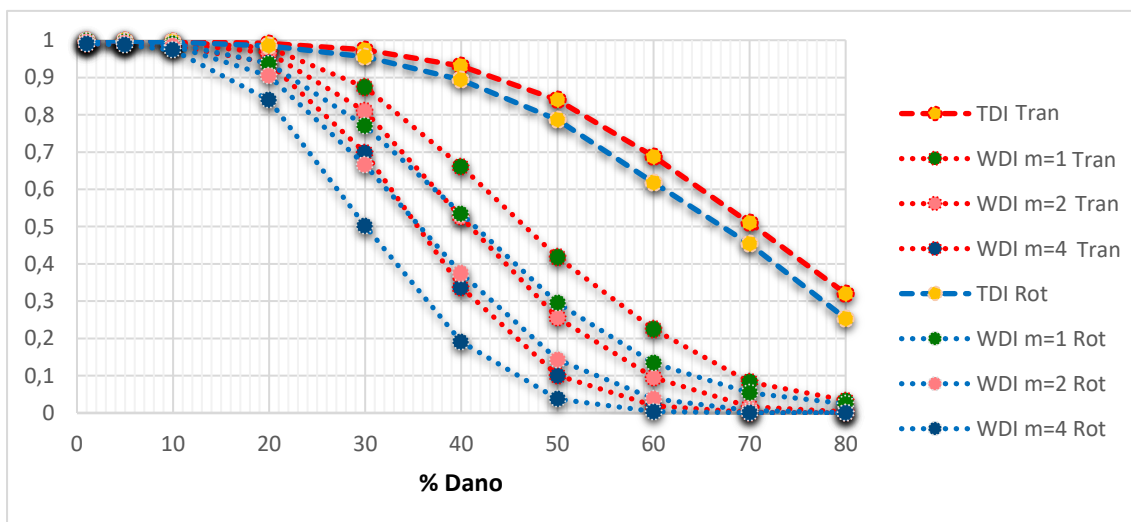


Figura 3.67 – Indicadores de dano TDI e WDI com  $m=1, 2$  e  $4$  comparando translações e rotações para cada nível de dano. Ruído de 5%.

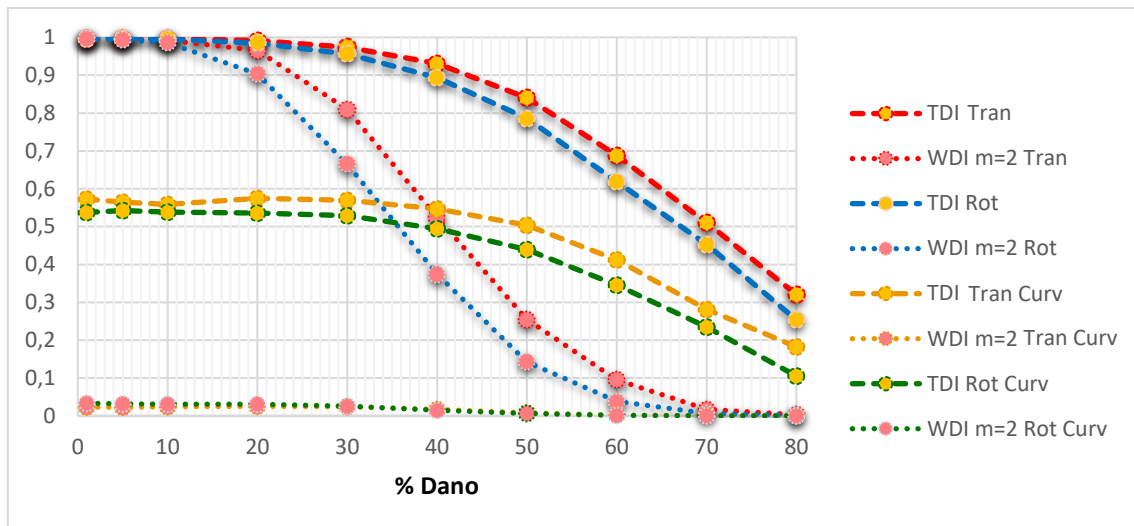


Figura 3.68 – Indicadores de dano TDI e WDI com  $m=2$  comparando translações, rotações, curvaturas de translações e curvaturas de rotações, para cada nível de dano. Ruído de 5%.

### 3.3.2.1.1 Discussão de resultados e conclusões

Embora o indicador  $WDI\_CURV\_Rot$  tenha sido bastante eficaz na detecção de dano teoricamente, depois de poluir as FRFs, podemos observar que os indicadores calculados através das curvaturas são demasiado sensíveis ao ruído, não sendo assim os mais indicados para a detecção de dano.

A utilização de FRFs de rotação, ao invés das FRFs de translação continuam a melhorar resultados, sendo assim, o indicador  $WDI\_Rot$ , é o indicador de dano mais eficaz, havendo uma detecção de dano bastante clara a partir no nível de dano de 20%.

### 3.3.2.2 Detecção de dano em viga com dois danos, com ruído

Para a viga com dois danos, cujas FRFs foram poluídas com 2% e 5% de ruído, foram usados mesmos os indicadores de dano que tinham sido usados anteriormente para o caso da viga com um dano, *Figuras 3.69 a 3.72*.

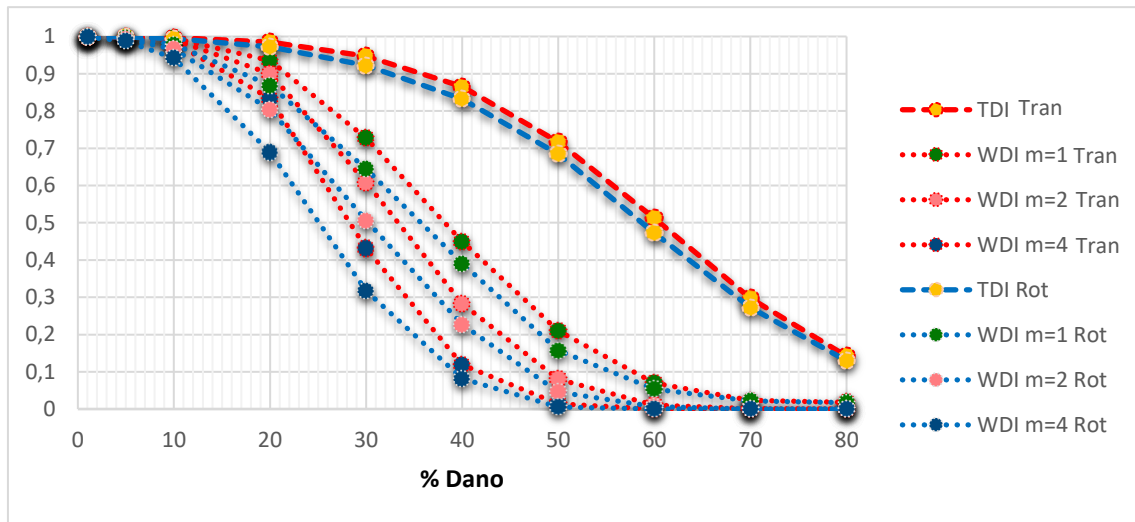


Figura 3.69 – Indicadores de dano TDI e WDI com  $m=1, 2$  e  $4$  comparando translações e rotações para cada nível de dano. Ruído de 2%. Viga com dois danos.

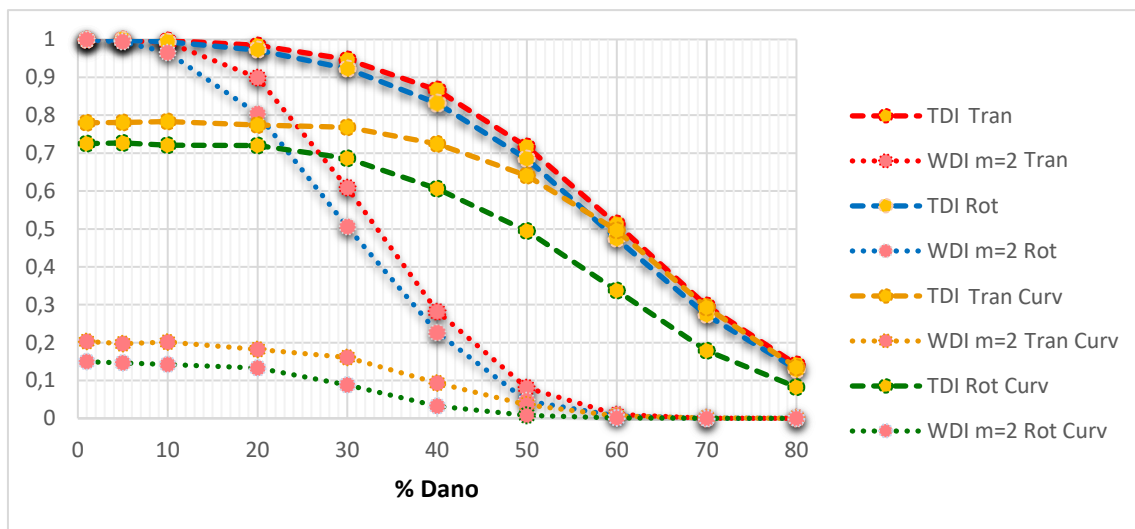


Figura 3.70 – Indicadores de dano TDI e WDI com  $m=2$  comparando translações, rotações, e curvaturas de translações e rotações, para cada nível de dano. Ruído de 2%. Viga com dois danos.

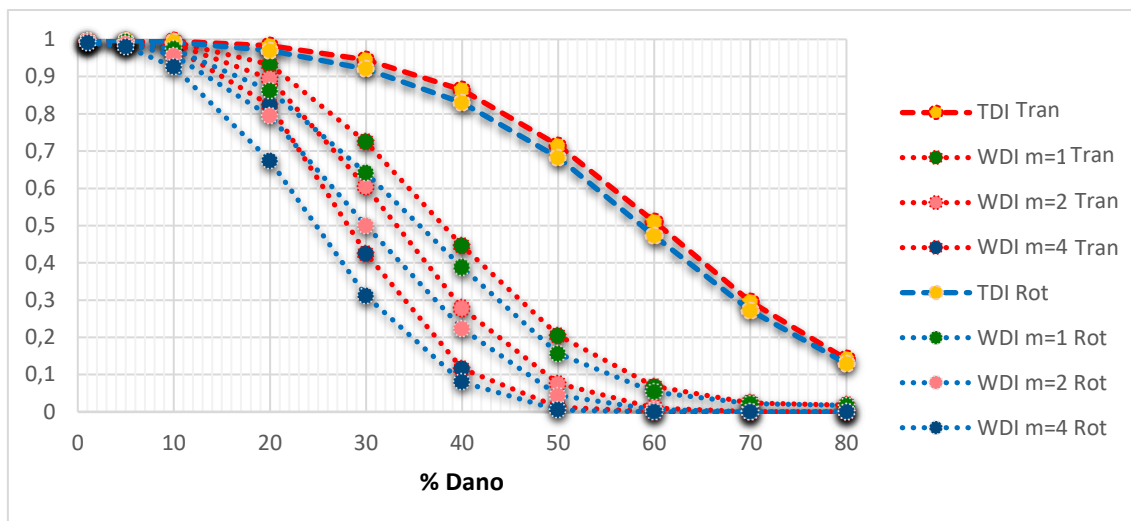


Figura 3.72 – Indicadores de dano TDI e WDI com  $m=1, 2$  e  $4$  comparando translações e rotações para cada nível de dano. Ruído de 5%. Viga com dois danos.

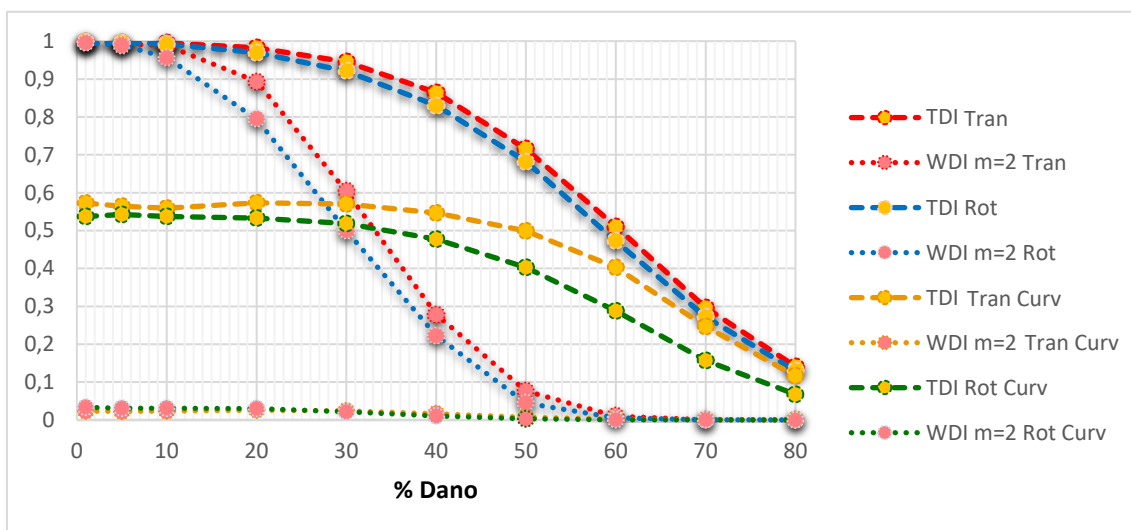


Figura 3.71 – Indicadores de dano TDI e WDI com  $m=2$  comparando translações, rotações, curvaturas de translações e curvaturas de rotações, para cada nível de dano. Ruído de 5%. Viga com dois danos.

### 3.3.2.2.1 Discussão de resultados e conclusões

Para o caso da viga com dois danos, verificou-se um resultado semelhante ao do caso da viga com um dano. Com ruído, podemos observar que os indicadores calculados através das curvaturas são demasiado sensíveis, não sendo os mais indicados para a deteção de dano.

A utilização de FRFs de rotação, ao invés de FRFs de translação continuam a melhorar resultados, sendo assim, o indicador WDI\_Rot é o indicador de dano mais eficaz, sendo possível constatar a presença de dano a partir do nível de dano de 10%.

### 3.3.3 Localização de dano com ruído

Após a introdução de ruído nas FRFs, a localização do dano foi feita através dos indicadores utilizados anteriormente na secção 3.2.3.

As gamas de frequência usadas para estes testes foram de ]0, 2.5] Hz, ]0, 20] Hz, ]0, 100] Hz, ]0, 480] Hz, ]0, 600] Hz, ]0, 700] Hz, ]480, 600] Hz.

Os critérios de apresentação dos resultados da localização de dano utilizados foram os seguintes:

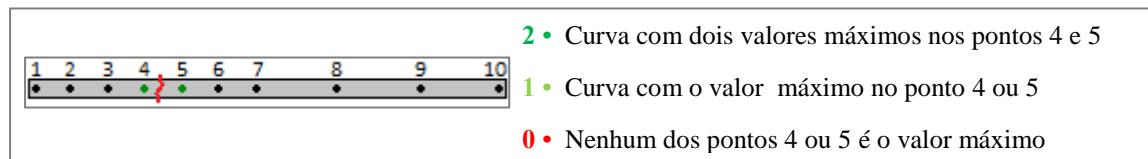


Figura 3.74 – Critério apresentação dos resultados da localização para viga com um dano (legenda dos quadros)

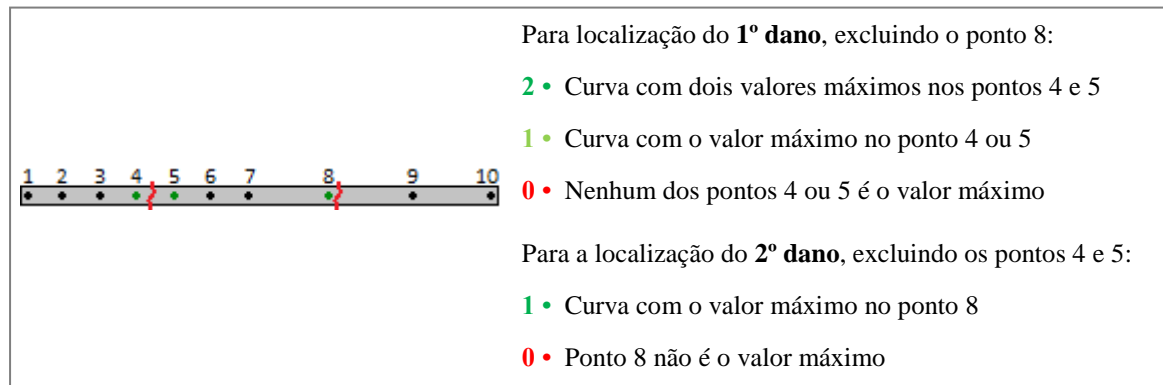


Figura 3.73 – Critério de localização para viga com dois danos

As figuras dos resultados obtidos encontram-se em anexo. Um resumo dos resultados é apresentado nas próximas páginas através de tabelas (Tabelas 3.14 a 3.49). Os localizadores aparecem pela seguinte ordem:

*DIF\_CURV\_Tran*

*DIFrel\_CURV\_Tran*

*DIF\_Rot*

*DIFrel\_Rot*

*DIF\_CURV\_Rot*

*DIFrel\_CURV\_Rot*

Por página mostram-se os resultados obtidos para as três situações, sem ruído, com ruído de 2%, e com ruído de 5%, relativos a cada indicador. Primeiramente é apresentado o caso da viga com um dano, e posteriormente o caso da viga com dois danos.

### 3.3.3.1 Localização de dano em viga com um dano, com ruído

Tabela 3.14 – DIF\_CURV\_Tran, sem ruído

Nível de Dano	Frequências (Hz)						
	]0, 2.5]	]0, 20]	]0, 100]	]0, 480]	]0, 600]	]0, 700]	[480, 600]
1%	0	0	0	0	0	0	0
5%	0	0	0	0	0	0	0
10%	0	0	0	0	0	0	0
20%	0	0	0	0	0	0	0
30%	0	0	0	0	0	0	0
40%	0	0	0	0	0	0	0
50%	0	0	0	0	0	0	0
60%	0	0	0	0	0	0	0
70%	0	0	0	0	0	0	0
80%	0	2	2	2	2	2	0

Tabela 3.15 – DIF\_CURV\_Tran, com ruído de 2%

Nível de Dano	Frequências (Hz)						
	]0, 2.5]	]0, 20]	]0, 100]	]0, 480]	]0, 600]	]0, 700]	[480, 600]
1%	0	0	0	0	0	0	1
5%	0	0	0	0	0	0	1
10%	0	0	0	0	0	1	1
20%	0	0	1	1	1	0	0
30%	0	0	0	0	0	0	0
40%	0	0	0	0	0	0	0
50%	0	0	0	0	0	0	0
60%	0	0	1	1	1	0	0
70%	0	0	0	0	0	0	0
80%	0	0	1	1	1	1	0

Tabela 3.16 – DIF\_CURV\_Tran, com ruído de 5%

Nível de Dano	Frequências (Hz)						
	]0, 2.5]	]0, 20]	]0, 100]	]0, 480]	]0, 600]	]0, 700]	[480, 600]
1%	0	0	0	0	0	0	0
5%	0	0	0	0	0	0	0
10%	0	0	0	0	0	0	1
20%	1	2	1	1	1	1	0
30%	0	0	0	0	0	0	1
40%	0	0	0	0	0	0	0
50%	0	0	0	0	0	0	0
60%	0	0	0	0	0	0	0
70%	0	0	0	0	0	0	0
80%	0	0	0	0	0	0	0



Tabela 3.17 – DIFrel\_CURV\_Tran, sem ruído

Nível de Dano	Frequências (Hz)						
	]0, 2.5]	]0, 20]	]0, 100]	]0, 480]	]0, 600]	]0, 700]	[480, 600]
1%	0	2	1	0	0	0	0
5%	1	2	1	0	0	0	0
10%	2	2	1	0	0	0	0
20%	2	2	1	0	0	0	0
30%	2	2	1	0	0	0	0
40%	2	2	1	0	0	0	0
50%	2	2	1	0	0	0	0
60%	2	2	1	0	0	0	0
70%	2	2	1	0	0	0	0
80%	2	2	2	0	0	0	0

Tabela 3.18 – DIFrel\_CURV\_Tran, com ruído de 2%

Nível de Dano	Frequências (Hz)						
	]0, 2.5]	]0, 20]	]0, 100]	]0, 480]	]0, 600]	]0, 700]	[480, 600]
1%	0	1	0	0	0	0	0
5%	0	0	0	0	0	0	0
10%	0	0	0	0	0	0	0
20%	0	0	0	0	0	0	0
30%	0	0	0	0	0	0	0
40%	0	0	0	0	0	0	0
50%	0	0	0	0	0	0	0
60%	0	0	0	0	0	0	0
70%	0	0	0	0	0	0	0
80%	0	1	0	1	0	0	0

Tabela 3.19 – DIFrel\_CURV\_Tran, com ruído de 5%

Nível de Dano	Frequências (Hz)						
	]0, 2.5]	]0, 20]	]0, 100]	]0, 480]	]0, 600]	]0, 700]	[480, 600]
1%	0	0	0	0	0	0	0
5%	1	0	0	0	0	0	0
10%	0	0	0	0	0	0	0
20%	0	0	0	0	0	0	0
30%	1	0	0	0	0	0	0
40%	0	0	0	0	0	0	0
50%	0	0	0	0	0	0	0
60%	2	0	0	0	0	0	0
70%	0	0	0	0	0	0	0
80%	0	0	0	1	0	0	0

Tabela 3.20 – DIF\_Rot, sem ruído

Nível de Dano	Frequências (Hz)						
	]0, 2.5]	]0, 20]	]0, 100]	]0, 480]	]0, 600]	]0, 700]	[480, 600]
1%	0	0	0	0	0	0	0
5%	0	0	0	0	0	0	0
10%	0	0	0	0	0	0	0
20%	0	0	0	0	0	0	0
30%	0	0	0	0	0	0	0
40%	0	0	0	0	0	0	0
50%	0	0	0	0	0	0	0
60%	0	0	0	0	0	0	0
70%	0	0	0	0	0	0	0
80%	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 3.21 – DIF\_Rot, com ruído de 2%

Nível de Dano	Frequências (Hz)						
	]0, 2.5]	]0, 20]	]0, 100]	]0, 480]	]0, 600]	]0, 700]	[480, 600]
1%	0	0	0	0	0	0	0
5%	0	0	0	0	0	0	0
10%	0	0	0	0	0	0	0
20%	1	1	0	0	0	0	0
30%	0	0	0	0	0	0	0
40%	0	0	0	0	0	0	0
50%	0	0	0	0	0	0	0
60%	0	0	0	0	0	0	0
70%	0	0	0	0	0	0	0
80%	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 3.22 – DIF\_Rot, com ruído de 5%

Nível de Dano	Frequências (Hz)						
	]0, 2.5]	]0, 20]	]0, 100]	]0, 480]	]0, 600]	]0, 700]	[480, 600]
1%	0	0	0	0	0	0	0
5%	0	1	0	0	0	0	0
10%	0	1	0	0	0	0	0
20%	0	0	0	0	0	0	0
30%	0	0	0	0	0	0	0
40%	0	0	0	0	0	0	0
50%	0	0	0	0	0	0	0
60%	0	0	0	0	0	0	0
70%	1	1	0	0	0	0	0
80%	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 3.23 – DIFrel\_Rot, sem ruído

Nível de Dano	Frequências (Hz)						
	[0, 2.5]	[0, 20]	[0, 100]	[0, 480]	[0, 600]	[0, 700]	[480, 600]
1%	0	0	1	2	2	2	0
5%	0	0	1	2	2	2	0
10%	0	0	1	2	2	2	0
20%	0	0	1	2	2	2	0
30%	0	0	1	2	2	2	0
40%	1	0	1	2	2	2	0
50%	1	0	1	2	2	2	0
60%	1	0	1	2	2	2	0
70%	1	0	2	2	2	2	0
80%	1	0	2	2	2	2	1

Tabela 3.24 – DIFrel\_Rot, com ruído de 2%

Nível de Dano	Frequências (Hz)						
	[0, 2.5]	[0, 20]	[0, 100]	[0, 480]	[0, 600]	[0, 700]	[480, 600]
1%	0	0	0	1	1	1	0
5%	0	0	1	2	2	2	0
10%	1	0	2	2	2	2	0
20%	0	0	1	2	2	2	0
30%	0	0	1	2	2	2	0
40%	0	0	1	2	2	2	0
50%	0	0	1	2	2	2	0
60%	0	0	1	2	2	2	0
70%	0	0	2	2	2	2	0
80%	0	0	2	2	2	2	1

Tabela 3.25 – DIFrel\_Rot, com ruído de 5%

Nível de Dano	Frequências (Hz)						
	[0, 2.5]	[0, 20]	[0, 100]	[0, 480]	[0, 600]	[0, 700]	[480, 600]
1%	2	0	2	1	0	0	0
5%	0	0	1	2	2	2	0
10%	2	0	2	2	2	2	0
20%	0	0	1	2	2	2	0
30%	0	0	1	2	2	2	0
40%	0	0	1	2	2	2	0
50%	1	0	1	2	2	2	0
60%	0	0	1	2	2	2	0
70%	1	0	2	2	2	2	0
80%	2	0	2	2	2	2	1

Tabela 3.26 – DIF\_CURV\_Rot, sem ruído

Nível de Dano	Frequências (Hz)						
	[0, 2.5]	[0, 20]	[0, 100]	[0, 480]	[0, 600]	[0, 700]	[480, 600]
1%	2	2	0	0	0	0	2
5%	2	2	0	0	0	0	2
10%	2	2	0	0	0	0	2
20%	2	2	0	0	0	0	2
30%	2	2	0	0	0	0	2
40%	2	2	0	0	0	0	2
50%	2	2	0	0	0	0	2
60%	2	2	0	0	0	0	2
70%	2	2	0	1	2	2	2
80%	2	2	2	2	2	2	2

Tabela 3.27 – DIF\_CURV\_Rot, com ruído de 2%

Nível de Dano	Frequências (Hz)						
	[0, 2.5]	[0, 20]	[0, 100]	[0, 480]	[0, 600]	[0, 700]	[480, 600]
1%	1	1	0	0	0	0	0
5%	0	0	0	0	0	0	0
10%	1	0	0	1	1	1	0
20%	1	1	0	0	0	0	0
30%	0	0	0	0	0	0	2
40%	0	0	0	0	0	0	2
50%	0	0	0	0	0	0	2
60%	0	0	0	0	0	0	2
70%	0	1	0	2	2	2	2
80%	0	0	2	2	2	2	2

Tabela 3.28 – DIF\_CURV\_Rot, com ruído de 5%

Nível de Dano	Frequências (Hz)						
	[0, 2.5]	[0, 20]	[0, 100]	[0, 480]	[0, 600]	[0, 700]	[480, 600]
1%	0	0	0	0	0	0	0
5%	1	1	2	2	2	2	0
10%	0	0	0	0	0	0	0
20%	2	2	2	2	2	2	0
30%	0	0	0	0	0	0	0
40%	1	1	1	2	2	1	1
50%	0	0	0	0	0	0	2
60%	0	0	0	0	0	0	2
70%	2	2	2	2	2	2	2
80%	0	0	2	2	2	2	2

Tabela 3.29 – DIFrel\_CURV\_Rot, sem ruído

Nível de Dano	Frequências (Hz)						
	]0, 2.5]	]0, 20]	]0, 100]	]0, 480]	]0, 600[	]0, 700]	[480, 600]
1%	2	2	2	2	2	2	2
5%	2	2	2	2	2	2	2
10%	2	2	2	2	2	2	2
20%	2	2	2	2	2	2	2
30%	2	2	2	2	2	2	2
40%	2	2	2	2	2	2	2
50%	2	2	2	2	2	2	2
60%	2	2	2	2	2	2	2
70%	2	2	2	2	2	2	2
80%	2	2	2	2	2	2	2

Tabela 3.30 – DIFrel\_CURV\_Rot, com ruído de 2%

Nível de Dano	Frequências (Hz)						
	]0, 2.5]	]0, 20]	]0, 100]	]0, 480]	]0, 600[	]0, 700]	[480, 600]
1%	0	0	0	0	0	0	0
5%	0	0	0	0	0	0	0
10%	0	0	0	0	0	0	0
20%	0	0	0	0	0	0	0
30%	0	0	0	0	0	0	0
40%	0	0	0	2	2	2	2
50%	0	0	1	2	2	2	2
60%	0	0	1	2	2	2	2
70%	0	1	2	2	2	2	2
80%	1	2	2	2	2	2	2

Tabela 3.31 – DIFrel\_CURV\_Rot, com ruído de 5%

Nível de Dano	Frequências (Hz)						
	]0, 2.5]	]0, 20]	]0, 100]	]0, 480]	]0, 600[	]0, 700]	[480, 600]
1%	0	0	0	0	0	0	0
5%	0	0	0	0	0	0	0
10%	0	0	0	0	0	0	0
20%	0	0	0	0	0	0	0
30%	0	0	0	0	0	0	0
40%	0	0	0	0	0	0	0
50%	0	0	0	0	0	0	2
60%	0	0	1	2	2	2	2
70%	0	0	2	2	2	2	2
80%	0	0	2	2	2	2	2

### 3.3.3.1.1 Discussão de resultados e conclusões

Para a localização de dano com ruído, na viga com um dano, podemos concluir que tal como para a detecção de dano, os indicadores com curvaturas apresentam bastante sensibilidade ao ruído. Devido a isto o indicador que apresenta mais consistência, é o indicador *DIFrel\_Rot*, que tanto com ruído de 2% como de 5% continua a ser eficaz na localização de dano para as gamas de frequência mais elevadas.

O indicador *DIFrel\_CURV\_Rot*, que sem ruído tinha apresentado ser bastante eficaz, agora com ruído de 2% podemos ver que funciona para gamas de frequência mais altas, com níveis de dano a partir de 40%. Já com ruído de 5% apenas localiza com níveis de dano a partir de 60%, também nas gamas de frequência elevadas.

Os restantes indicadores não mostraram ser eficazes, tendo apenas localizações pontuais.

Sendo assim, por ordem, para localização de dano em viga com um dano, com ruído, os melhores indicadores seriam:

1º *DIFrel\_Rot*

2º *DIFrel\_CURV\_Rot*

### 3.3.3.2 Localização de dano com ruído, viga com dois danos

Tabela 3.32 – DIF\_CURV\_Tran, sem ruído, viga com dois danos

Nível de Dano	Frequências (Hz)													
	]0, 2.5]		]0, 20]		]0, 100]		]0, 480]		]0, 600]		]0, 700]		[480, 600]	
1%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
60%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
70%	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
80%	0	0	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	0	0

Tabela 3.33 – DIF\_CURV\_Tran, com ruído de 2%, viga com dois danos

Nível de Dano	Frequências (Hz)													
	]0, 2.5]		]0, 20]		]0, 100]		]0, 480]		]0, 600]		]0, 700]		[480, 600]	
1%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
5%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
10%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
20%	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0
30%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
60%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
70%	0	0	0	0	2	0	2	0	2	0	2	0	0	0
80%	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0

Tabela 3.34 – DIF\_CURV\_Tran, com ruído de 5%, viga com dois danos

Nível de Dano	Frequências (Hz)													
	]0, 2.5]		]0, 20]		]0, 100]		]0, 480]		]0, 600]		]0, 700]		[480, 600]	
1%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
5%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
20%	1	0	2	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0
30%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
40%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
60%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
70%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
80%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 3.35 – DIFrel\_CURV\_Tran, sem ruído, viga com dois danos

Nível de Dano	Frequências (Hz)													
	]0, 2.5]		]0, 20]		]0, 100]		]0, 480]		]0, 600]		]0, 700]		[480, 600]	
1%	0	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5%	2	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10%	2	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20%	2	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30%	2	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40%	2	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50%	2	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
60%	2	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
70%	2	1	2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
80%	2	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 3.36 – DIFrel\_CURV\_Tran, com ruído de 2%, viga com dois danos

Nível de Dano	Frequências (Hz)													
	]0, 2.5]		]0, 20]		]0, 100]		]0, 480]		]0, 600]		]0, 700]		[480, 600]	
1%	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
60%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
70%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
80%	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 3.37 – DIFrel\_CURV\_Tran, com ruído de 5%, viga com dois danos

Nível de Dano	Frequências (Hz)													
	]0, 2.5]		]0, 20]		]0, 100]		]0, 480]		]0, 600]		]0, 700]		[480, 600]	
1%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5%	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30%	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
60%	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
70%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
80%	0	0	0	0	2	0	2	0	2	0	2	0	0	0



Tabela 3.38 – DIF\_Rot, sem ruído, viga com dois danos

Nível de Dano	Frequências (Hz)													
	]0, 2.5]		]0, 20]		]0, 100]		]0, 480]		]0, 600]		]0, 700]		[480, 600]	
1%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
60%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
70%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
80%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 3.39 – DIF\_Rot, com ruído de 2%, viga com dois danos

Nível de Dano	Frequências (Hz)													
	]0, 2.5]		]0, 20]		]0, 100]		]0, 480]		]0, 600]		]0, 700]		[480, 600]	
1%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20%	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30%	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
60%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
70%	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
80%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 3.40 – DIF\_Rot, com ruído de 5%, viga com dois danos

Nível de Dano	Frequências (Hz)													
	]0, 2.5]		]0, 20]		]0, 100]		]0, 480]		]0, 600]		]0, 700]		[480, 600]	
1%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5%	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10%	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
60%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
70%	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
80%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 3.41 – DIFrel\_Rot, sem ruído, viga com dois danos

Nível de Dano	Frequências (Hz)													
	]0, 2.5]		]0, 20]		]0, 100]		]0, 480]		]0, 600]		]0, 700]		[480, 600]	
1%	0	0	0	0	2	1	2	1	1	1	1	1	0	0
5%	0	1	0	0	2	1	2	1	1	1	1	1	0	0
10%	1	0	0	0	2	1	1	1	1	1	1	1	0	0
20%	1	0	0	0	2	1	1	1	1	1	1	1	0	0
30%	1	0	0	0	2	1	1	1	1	1	1	1	0	0
40%	1	0	0	0	2	1	1	1	1	1	1	1	0	0
50%	1	0	0	0	2	1	2	1	1	1	1	1	0	0
60%	1	0	0	0	2	1	2	1	2	1	2	1	0	0
70%	1	0	0	0	2	1	2	1	2	1	2	1	1	0
80%	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0

Tabela 3.42 – DIFrel\_Rot, com ruído de 2%, viga com dois danos

Nível de Dano	Frequências (Hz)													
	]0, 2.5]		]0, 20]		]0, 100]		]0, 480]		]0, 600]		]0, 700]		[480, 600]	
1%	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0
5%	0	0	0	0	2	1	2	1	2	1	2	1	0	0
10%	1	0	0	0	2	1	2	1	1	1	1	1	0	0
20%	0	0	0	0	2	1	2	1	1	1	1	1	0	0
30%	0	0	0	0	2	1	1	1	1	1	1	1	0	0
40%	0	0	0	0	2	1	1	1	1	1	1	1	0	0
50%	1	0	0	0	2	1	2	1	1	1	1	1	0	0
60%	0	0	0	0	2	1	2	1	2	1	2	1	0	0
70%	0	0	0	0	2	1	2	1	2	1	2	1	1	0
80%	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0

Tabela 3.43 – DIFrel\_Rot, com ruído de 5%, viga com dois danos

Nível de Dano	Frequências (Hz)													
	]0, 2.5]		]0, 20]		]0, 100]		]0, 480]		]0, 600]		]0, 700]		[480, 600]	
1%	2	0	0	0	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0
5%	0	0	0	0	1	1	2	1	1	1	2	1	0	0
10%	2	0	0	0	2	1	2	1	1	1	1	1	0	0
20%	0	0	0	0	2	1	2	1	1	1	1	1	0	0
30%	0	0	0	0	2	1	2	1	1	1	1	1	0	0
40%	0	0	0	0	2	1	2	1	1	1	1	1	0	0
50%	1	0	0	0	2	1	2	1	1	1	1	1	0	0
60%	0	0	0	0	2	1	2	1	2	1	2	1	0	0
70%	1	0	0	0	2	1	2	1	2	1	2	1	1	0
80%	2	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0

Tabela 3.44 – DIF\_CURV\_Rot, sem ruído, viga com dois danos

Nível de Dano	Frequências (Hz)													
	]0, 2.5]		]0, 20]		]0, 100]		]0, 480]		]0, 600]		]0, 700]		[480, 600]	
1%	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0
5%	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0
10%	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0
20%	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0
30%	2	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0
40%	2	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0
50%	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0
60%	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0
70%	2	0	2	0	0	0	1	0	1	0	1	0	2	0
80%	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0

Tabela 3.45 – DIF\_CURV\_Rot, com ruído de 2%, viga com dois danos

Nível de Dano	Frequências (Hz)													
	]0, 2.5]		]0, 20]		]0, 100]		]0, 480]		]0, 600]		]0, 700]		[480, 600]	
1%	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10%	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20%	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
40%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
50%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0
60%	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	2	0	2	0
70%	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	2	0
80%	0	0	0	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0

Tabela 3.46 – DIF\_CURV\_Rot, com ruído de 5%, viga com dois danos

Nível de Dano	Frequências (Hz)													
	]0, 2.5]		]0, 20]		]0, 100]		]0, 480]		]0, 600]		]0, 700]		[480, 600]	
1%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5%	1	0	1	0	2	0	2	0	2	0	2	0	0	0
10%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20%	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	0	0
30%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40%	1	0	1	0	1	0	1	0	2	0	2	0	2	0
50%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0
60%	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	2	0
70%	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0
80%	0	0	0	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0

Tabela 3.47 – DIFrel\_CURV\_Rot, sem ruído, viga com dois danos

Nível de Dano	Frequências (Hz)													
	]0, 2.5]		]0, 20]		]0, 100]		]0, 480]		]0, 600]		]0, 700]		[480, 600]	
1%	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	0
5%	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	0
10%	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	0
20%	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	0
30%	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1
40%	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1
50%	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1
60%	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	0
70%	2	1	2	1	2	1	2	0	2	0	2	1	1	0
80%	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	1	0

Tabela 3.48 – DIFrel\_CURV\_Rot, com ruído de 2%, viga com dois danos

Nível de Dano	Frequências (Hz)													
	]0, 2.5]		]0, 20]		]0, 100]		]0, 480]		]0, 600]		]0, 700]		[480, 600]	
1%	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5%	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10%	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20%	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30%	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
40%	2	1	0	0	0	0	2	0	1	0	1	0	1	0
50%	0	1	0	0	1	0	2	0	2	0	2	0	2	0
60%	2	1	0	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0
70%	1	1	1	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0
80%	1	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	0

Tabela 3.49 – DIFrel\_CURV\_Rot, com ruído de 5%, viga com dois danos

Nível de Dano	Frequências (Hz)													
	]0, 2.5]		]0, 20]		]0, 100]		]0, 480]		]0, 600]		]0, 700]		[480, 600]	
1%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
60%	0	0	0	0	2	0	2	0	2	0	2	0	1	0
70%	0	0	0	0	2	0	2	0	2	0	2	0	1	0
80%	0	0	0	0	2	0	2	0	2	0	2	0	1	0

### 3.3.3.2.1 Discussão de resultados e conclusões

Para a localização de dano com ruído na viga com dois danos, tal como anteriormente, os indicadores com curvaturas mostram bastante sensibilidade ao ruído. Devido a isto, para a localização dos dois danos, foi o indicador **DIFrel\_Rot** o único que se revelou eficaz, apresentando consistência nos testes numéricos com ruído de 2% e 5%. Apesar de não funcionar a frequências mais baixas continua a ser eficaz na localização de dano usando gamas de frequência mais elevadas ([0, 100]; [0, 480]; [0, 600]; e [0, 700]).

Nas Figuras 3.75, 3.76 e 3.77 são apresentados os resultados deste indicador, para a gama de frequência de [0, 480] Hz, em que podemos ver que apesar de não ter picos com grande destaque, e as curvas ficarem bastante atenuadas com ruído, apresenta consistência nos pontos de localização ao contrário dos restantes indicadores, localizando os dois danos a partir do nível de dano de 5%.

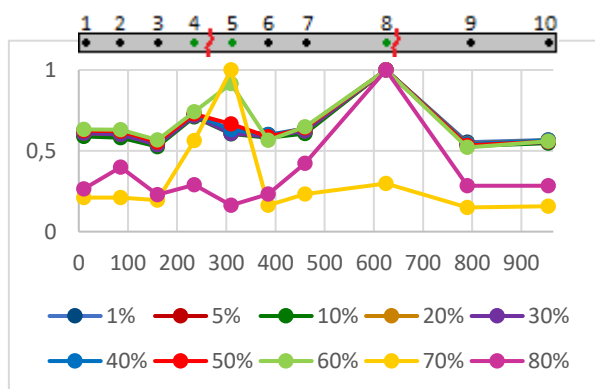


Figura 3.75 – **DIFrel\_Rot**, para a gama de frequências de [0, 480] Hz, sem ruído, viga com dois danos

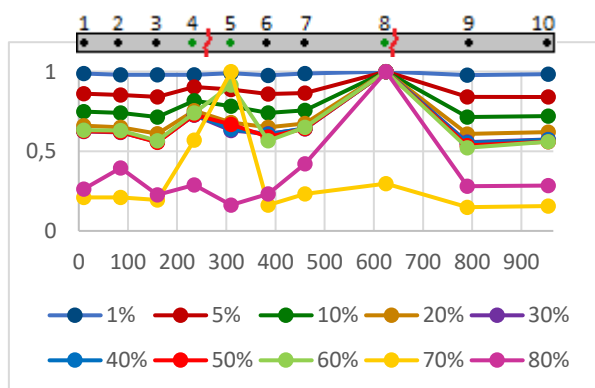


Figura 3.77 – **DIFrel\_Rot**, para a gama de frequências de [0, 480] Hz, ruído de 2%, viga com dois danos

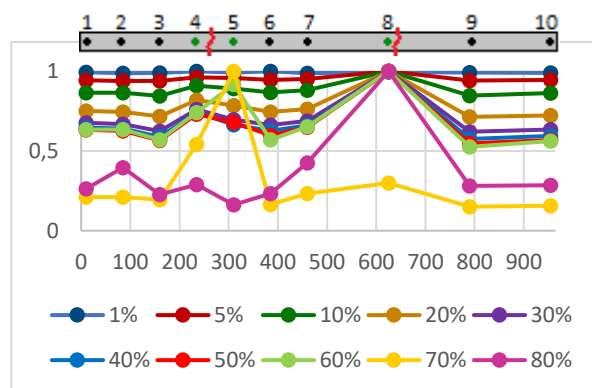


Figura 3.76 – **DIFrel\_Rot**, para a gama de frequências de [0, 480] Hz, ruído de 5%, viga com dois danos



## 4 Conclusão

### 4.1 Conclusões e sugestão de trabalhos futuros

Neste trabalho foi realizado um estudo de detecção e localização de dano, em viga com um dano, e viga com dois danos, através de vários indicadores que recorrem a FRFs de translação, e FRFs de rotação. Estas FRFs tanto podem ser as provenientes de um modelo numérico exacto, como podem ser FRFs com a adição de ruído, que simulam um ambiente experimental.

#### Deteção de dano

Relativamente à detecção de dano, tanto para o caso com um dano, como para o caso com dois danos, verificou-se que:

##### ❖ Sem ruído

- Teoricamente, sem ruído, o indicador de dano ***WDI\_CURV\_Rot***, é o que apresenta melhores resultados por larga margem.
- A substituição de FRFs de translação por FRFs de rotação melhora os resultados.
- A adição do conceito de curvatura melhora resultados.
- Na viga com dois danos, os indicadores detetam mais precocemente o dano do que na viga com apenas um dano como era de esperar, pois o nível de dano é “duplicado”.

##### ❖ Com ruído

- Com a poluição das FRFs, veio a concluir-se que as curvaturas são demasiado sensíveis ao ruído, desvalorizando assim os indicadores que as utilizam (*TDI\_CURV\_Tran*, *WDI\_CURV\_Tran*, *TDI\_CURV\_Rot* e *WDI\_CURV\_Rot*).
- Os indicadores calculados directamente através das FRFs, tanto de translação como de rotação, mostraram-se pouco sensíveis ao ruído.
- O indicador ***WDI\_Rot*** é o indicador de dano mais eficaz.
- Na viga com dois danos, os indicadores detetam mais precocemente o dano do que na viga com apenas um dano.

## Localização de dano

Em relação à localização de dano, podemos verificar que:

### ❖ Sem ruído

- O indicador *DIFrel\_CURV\_Rot* foi sem dúvida, o que obteve melhores resultados, tanto no caso da viga com um dano, como no caso da viga com dois danos, sendo eficaz a praticamente todas as gamas de frequência.
- O indicador *DIFrel\_Rot* apresentou bons resultados, tanto na viga com um dano, como na viga com dois, embora apenas com gamas de frequência mais altas.
- O indicador *DIFrel\_CURV\_Tran* foi eficaz na localização de dano a baixas frequências, tanto na viga com um dano, como com dois.
- O indicador *DIF\_CURV\_Rot* localizou o dano apenas na viga com um dano, a baixas frequências.
- Substituição de curvaturas de translações por curvaturas de rotações melhora resultados.
- Diferenças relativas apresentam melhores resultados que diferenças absolutas.

### ❖ Com ruído

- Tal como para a deteção de dano, as curvaturas demonstraram-se demasiado sensíveis ao ruído.
- Destacou-se o indicador *DIFrel\_Rot*, que apesar de não funcionar a frequências mais baixas, e não ter picos com grande destaque, apresenta consistência, sendo pouco sensível ao ruído. Tanto para o caso da viga com um dano, como para o caso da viga com dois danos, a partir do nível de dano de 5% é possível localizar o dano.
- Apesar do indicador *DIFrel\_CURV\_Rot* ter sido bastante eficaz sem ruído, para o caso da viga com um dano, com ruído de 2% o dano apenas é localizado a partir do nível de 40% de dano, e com 5% de ruído a partir de 60% de dano.
- Para o caso da viga com dois danos, nenhum dos indicadores calculado através de curvaturas apresentou resultados satisfatórios.

Conclui-se assim que, para a deteção de dano com ruído foram obtidos excelentes resultados com o indicador *WDI\_Rot*. No caso da localização de dano com ruído, o método *DIFrel\_Rot* obteve bons resultados para as gamas de frequência utilizadas a partir de ]0, 100] Hz.

Para trabalhos futuros é sugerido que se faça um estudo com estes indicadores no domínio experimental, utilizando sensores MEMS que medem rotações, o que permitirá fazer a validação prática deste estudo numérico, embora restringido à gama de frequências que os atuais sensores de rotação permitem (até 140Hz).



## 5 Bibliografia

- [1] A. Rytter, “*Vibration Based Inspection of Civil Engineering Structures*”, Aalborg University, Denmark, PhD thesis, (1993).
- [2] M. M. Alamdari, “*Vibration-based structural health monitoring*”, University of Technology, Sydney, PhD thesis, (2015).
- [3] S. Doebling, C. Farrar, M. Prime, and D. Shevits, “*Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: A literature review*”, Los Alabamos National Laboratory, USA, (1996).
- [4] J. M. Lifshitz and A. Rotem, “*Determination of reinforcement unbonding of composites by a vibration technique*”, Journal of Composite Materials, Vol. 3, No. 3, pp. 412–423, (1969).
- [5] F. Shadan, F. Khoshnoudian, A. Esfandiari, “*A frequency response-based structural damage identification using model updating method*”, Structural Control and Health Monitoring 23(2): 286–302, (2016).
- [6] J. D. P. Morais, “*Deteção e localização de dano em estruturas*”, Faculdade de ciências e tecnologias da Universidade NOVA de Lisboa, Monte da Caparica, Master thesis (Sep. 2014).
- [7] P. Cawley and R. D. Adams, “*The location of defects in structures from measurements of natural frequencies*”, The Journal of Strain Analysis for Engineering Design, Vol. 14, No. 2, pp. 49–57, (Apr. 1979).
- [8] W. M. West, “*Illustration of the use of modal assurance criterion to detect structural changes in an Orbiter test specimen*”, Proceedings of the 4th International Modal Analysis Conference, Los Angeles, CA, pp. 1–6, (1986).
- [9] N. Lieven e D. Ewins, “*Spatial Correlation of Mode Shapes, the Coordinate Modal Assurance Criterion (COMAC)*”, Proceedings of the 6th International Modal Analysis Conference, pp. 690–695, (1988).
- [10] A. K. Pandey, M. Biswas, and M. M. Samman, “*Damage detection from changes in curvature mode shapes*”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 145, No. 2, pp. 321–332, (1991).
- [11] F. M. Hemez, “*Theoretical and Experimental Correlation Between Finite Element Models and Modal Tests in the Context of Large Flexible Space Structures*”. University Microfilms, Ph.D Thesis, (1993).
- [12] A. K. Pandey e M. Biswas, “*Damage Detection in Structures Using Changes in Flexibility*”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 169, pp. 3–17, (Jan. 1994).
- [13] Q. Chen, Y. W. Chan, K. Worden, e G. R. Tomlinson, “*Structural fault detection using neural networks trained on transmissibility functions*”, Proceedings of the International Conference on Vibration Engineering, Beijing, China, pp. 456–646, (1994).
- [14] W. Hasan, “*Crack detection from the variation of the eigenfrequencies of a beam on elastic Foundation*”, Engineering Fracture Mechanics, Vol.52, No. 3, pp.409–421, (1995).
- [15] Lam, H. F., J. M. Ko, and C. W. Wonk, “*Detection of damage location based on sensitivity analysis*”, Proceedings of The International Society for Optical Engineering, pp. 1499–1499, (1995).
- [16] W. Heylen e S. Lammens, “*FRAC: a consistent way of comparing frequency response functions*”, Proceedings of the Conference on Identification in Engineering Systems, pp. 48–57, 1996.

- [17] Z. Wang, R. M. Lin, and M. K. Lim, “*Structural damage detection using measured FRF data*”, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 147, No. 1–2, pp. 187–197, (1997).
- [18] N. M. M. Maia, J. M. M. Silva, and R. P. C. Sampaio, “*Localization of damage using curvature of the frequency response functions*”, Proceedings of the 15th International Modal Analysis Conference, Orlando, Florida, pp. 942–946, (1997).
- [19] M. J. Schulz, A. S. Naser, P. F. PAI, M. F. Linville, and J. Chung, “*Detecting structural damage using transmittance functions*”, Proceedings of the International Society for Optical Engineering, pp. 638–644, (1997).
- [20] O. S. Salawu, “*Detection of structural damage through changes in frequency: a review*”, Engineering Structures, Vol. 19, No. 9, pp. 718–723, (1997).
- [21] Messina, E. J. Williams, and T. Contursi, “*Structural damage detection by a sensitivity and statistical-based method*”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 216, No. 5, pp. 791–808, (1998).
- [22] Z. Y. Shi, S. S. Law, and L. M. Zhang, “*Structural damage localization from modal strain energy change*”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 218, No. 5, pp. 825–844, (1998).
- [23] S. K. Thyagarajan, M. J. Schulz, and P. F. PAI, “*Detecting structural damage using frequency response functions*”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 19, No. 9, pp. 162–170, (1998).
- [24] E. I. Shifrin and R. Ruotolo, “*Natural frequencies of a beam with an arbitrary number of cracks*”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 222, No. 3, pp. 409–423, (1999).
- [25] S. H. Yoo, H. K. Kwak, and B. S. Kim, “*Detection and location of a crack in a plate using modal analysis, Proceedings of 17th International Modal Analysis Conference*”, Orlando, Florida, pp. 1902–1908, (1999).
- [26] P. Cornwell, S. W. Doebling, and C. R. Farrar, “*Application of the strain energy damage detection method to plate like structures*”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 224, No. 2, pp. 359–374, (1999).
- [27] R. P. C. Sampaio, N. M. M. Maia, and J. M. M. Silva, “*Damage detection using the frequency-response-function curvature method*”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 226, No. 5, pp. 1029–1042, (1999).
- [28] L. M. Zhang, M. J. Schulz, A. S. Naser, F. Ferguson, and P. F. Pai, “*Structural health monitoring using transmittance functions*”, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 13, No. 5, pp. 765–787, (1999).
- [29] Y.-S. Lee and M.-J. Chung, “*A study on crack detection using eigenfrequency test data*”, Computers & Structures, Vol. 77, No. 3, pp. 327–342, (2000).
- [30] Y. K. Ho e D. Ewins, “*On the structural damage identification with mode shapes*”, Proceedings of the European COST F3 Conference on System Identification & Structural Health Monitoring, Universidad Politecnica de Madrid, Spain, pp. 677–684, 2000.
- [31] C. P. Ratcliffe, “*A frequency and curvature based experimental method for locating damage in Structures*”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 122, No. 3, pp. 324–329, (Jan 2000).
- [32] A. Morassi, “*Identification of a crack in a rod based on changes in a pair of natural frequencies*”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 242, No. 4, pp. 577–596, (2001).
- [33] N. M. M. Maia, J. M. M. Silva, and A. M. R. Ribeiro, “*The transmissibility concept in multi-degree-of-freedom systems*”, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 15, No. 1, pp. 129–137, (2001).

- [34] R. P. C. Sampaio, N. M. M. Maia, A. M. R. Ribeiro, and J. M. M. Silva, “*Transmissibility techniques for damage detection*”, Proceedings of the 19th International Modal Analysis Conference, pp. 1524–1527, (2001).
- [35] E. Parloo, P. Verboven, P. Guillaume, and M. Van Overmeire, “*Sensitivity-based operational mode shape normalization*”, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 16, No. 5, pp. 757–767, (2002).
- [36] U. Lee and J. Shin, “*A frequency response function-based structural damage identification method*”, Computers & Structures, Vol. 80, No. 2, pp. 117–132, (2002).
- [37] J.-T. Kim and N. Stubbs, “*Crack detection in beam-type structures using frequency data*”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 259, No. 1, pp. 145–160, (2003).
- [38] E. Parloo, P. Guillaume, and M. Van Overmeire, “*Damage assessment using mode shape sensitivities*”, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 17, No. 3, pp. 499–518, (2003).
- [39] C. Zang, M. I. Friswell, and M. Imregun, “*Structural health monitoring and damage assessment using measured FRFs from multiple sensors, Part I: The indicator of correlation criteria*”, Key Engineering Materials, Vol. 245–246, pp. 131–140, (2003).
- [40] C. Zang, M. I. Friswell, and M. Imregun, “*Structural health monitoring and damage assessment using measured FRFs from multiple sensors, Part II: Decision making with RBF networks*”, Key Engineering Materials, Vol. 245–246, pp. 141–148, (2003).
- [41] N. M. M. Maia, J. M. M. Silva, E. A. M. Almas, and R. P. C. Sampaio, “*Damage detection in structures: from mode shape to frequency response function methods*”, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 17, No. 3, pp. 489–498, (2003).
- [42] J.-T. Kim, Y.-S. Ryu, H.-M. Cho, N. Stubbs, “*Damage identification in beam-type structures: frequency-based method vs. mode-shape-based method*”, Engineering Structures, Vol. 25, No. 1, pp. 57–67, (Jan. 2003).
- [43] S. Vanlanduit, E. Parloo, e P. Guillaume, “*Combined damage detection techniques*”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 266, No. 4, pp. 815–831, (Sep. 2003).
- [44] R. J. Allemang, “*The modal assurance criterion—twenty years of use and abuse*”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 37, No. 8, pp. 14–23, (2003).
- [45] E. P. Carden and P. Fanning, “*Vibration based condition monitoring: a review*”, Structural Health Monitoring, Vol. 3, No. 4, pp. 355–377, (2004).
- [46] A. Yan and J.-C. Golinval, “*Structural damage localization by combining flexibility and stiffness methods*”, Engineering Structures, Vol. 27, No. 12, pp. 1752–1761, (Oct. 2005).
- [47] J. V. Araújo dos Santos, C. M. Mota Soares, C. A. Mota Soares, and N. M. M. Maia, “*Structural damage identification in laminated structures using FRF data*”, Composite Structures, Vol. 67, No. 2, pp. 239–249, (2005).
- [48] D. Selcuk, “*Structural Damage detection using frequency response functions*”, Master thesis, Texas A&M University, USA, (2005).
- [49] N.-G. Park and Y. Park, “*Identification of damage on a substructure with measured frequency response functions*”, Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 19, No. 10, Springer, pp. 1891–1901, (2005).
- [50] I. Bovio, V. Massimo, and L. Lecce, “*Innovative method for damage identification and structural health monitoring based on vibration measurements*”, Proceedings of the 9th European Conference on NDT, pp. 1-9, (2006).
- [51] N. M. M. Maia, J. V. Araujo dos Santos, R. P. C. Sampaio, and C. A. Mota Soares, “*Damage identification using curvatures and sensitivities of frequency-response-functions*”,

- Proceedings of the 3th European Workshop on Structural Health Monitoring, pp. 547–554, (2006).
- [52] D. Montalvão, N. M. M. Maia, and A. M. R. Ribeiro, “A Review of vibration-based structural health monitoring with special emphasis on composite materials”, *The Shock and Vibration Digest*, Vol. 38, No. 4, pp. 295–324, (2006).
  - [53] B. H. Koh and S. J. Dyke, “Structural health monitoring for flexible bridge structures using correlation and sensitivity of modal data”, *Computers & Structures*, Vol. 85, No. 3–4, pp. 117–130, (2007).
  - [54] Y. J. Yan, L. Cheng, Z. Y. Wu, and L. H. Yam, “Development in vibration-based structural damage detection technique”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 21, No. 5, pp. 2198–2211, (2007).
  - [55] X. Liu, N. A. J. Lieven, and P. J. Escamilla-Ambrosio, “Frequency response function shape-based methods for structural damage localization”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 23, No. 4, pp. 1243–1259, (2009).
  - [56] J. Sinou, “A review of damage detection and health monitoring of mechanical systems from changes in the measurement of linear and non-linear vibrations”, *Mechanical Vibrations: Measurement, Effects and Control*, pp. 643–702, (2009).
  - [57] E. Reynders e G. De Roeck, “A local flexibility method for vibration-based damage localization e quantification”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 329, No. 12, pp. 2367–2383, (Jun. 2010).
  - [58] M. P. Limongelli, “Frequency response function interpolation for damage detection under changing environment”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 24, pp. 2898–2913, (Nov. 2010).
  - [59] A. Tomaszewska, “Influence of statistical errors on damage detection based on structural flexibility and mode shape curvature”, *Computers & Structures*, Vol. 88, No. 3–4, pp. 154–164, (Feb. 2010).
  - [60] M. Radzieński, M. Krawczuk, and M. Palacz, “Improvement of damage detection methods based on experimental modal parameters”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 25, No. 6, pp. 2169–2190, (Aug. 2011).
  - [61] A. A. Elshafey, H. Marzouk, and M. R. Haddara, “Experimental damage identification using modified mode shape difference”, *Journal of Marine Science and Application*, Vol. 10, No. 2, pp. 150–155, (Jun. 2011).
  - [62] Q. W. Yang e B. X. Sun, “Structural damage identification based on best achievable flexibility change”, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 35, No. 10, pp. 5217–5224, (Oct. 2011).
  - [63] N. M. M. Maia, R. A. B. Almeida, A. P. V. Urgueira, and R. P. C. Sampaio, “Damage detection and quantification using transmissibility”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 25, No. 7, pp. 2475–2483, (Oct. 2011).
  - [64] R. A. B. Almeida, A. P. V. Urgueira, and N. M. M. Maia, “Using Transmissibility to Detect and Quantify Structural Damage”, *Proceedings of International Conference on Engineering Dynamics (ICEDyn2011)*, Tavira, Algarve, Portugal, 2011.
  - [65] Q. Huang, Y. L. Xu, J. C. Li, Z. Q. Su, and H. J. Liu, “Structural damage detection of controlled building structures using frequency response function”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 331, No. 15, pp. 3476–3492, (2012).
  - [66] V. B. Dawari e G. R. Vesmawala, “Modal Curvature and Modal Flexibility Methods for Honeycomb Damage Identification in Reinforced Concrete Beams”, *Procedia Engineering*, Vol. 51, pp. 119–124, (2013).

- [67] S. Chesné and A. Deraemaeker, “*Damage localization using transmissibility functions: A critical review*”, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 38, No. 2, pp. 569–584, (2013).
- [68] N. M. M. Maia, A. P. V. Urgueira, e R. A. B. Almeida, “*Whys and Wherefores of Transmissibility*”, in Vibration Analysis and Control - New Trends and Developments, F. Beltran-Carbajal, Ed. InTech, (2011).
- [69] M. Fontul, A.M.R. Ribeiro, J.M.M. Silva, N.M.M. Maia, “*Transmissibility Matrix in Harmonic and Random Processes*”, Shock and Vibration, 11(5-6), pp. 563-571, ISSN: 1070-9622, (2004).
- [70] W. Heylen, S. Lammens, P. Sas, “*Modal Analysis Theory and Testing*”, K. U. Leuven – PMA, Belgium, section A.6, 1998.
- [71] C. Cai, H. Zheng, M. S. Khan, and K. C. Hung, “*Modeling of material damping properties in ANSYS*”, In International ANSYS Conference Proceedings, Pittsburgh (PA), pp 22–24 (Apr. 2002).
- [72] M. A. B. Abdo e M. Hori, “*A numerical study of structural damage detection using changes in the rotation of mode shapes*”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 251, No. 2, pp 227-239, (Mar. 2002).
- [73] S. H. Sung, H. J. Jung, e H. Y. Jung, “*Damage detection for beam-like structures using the normalized curvature of a uniform load surface*”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 332, No. 6, pp 1501-1519 (Mar. 2013).
- [74] W. Chen, W. Zhao, H. Yang, e X. Chen, “*Damage detection based on optimized incomplete mode shape and frequency*”, Acta Mechanica Sinica, Vol. 28, No. 1, pp 74-82 (Fev. 2015).
- [75] R. P. C. Sampaio, N. M. M. Maia, R. A. B. Almeida, A. P. V. Urgueira, “*A simple damage detection indicator using operational deflection shapes*”, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 72-73, pp 629-641, (Maio 2016).
- [76] J. Y. Shi, B. F. Spencer, e S. S. Chen, “*Damage detection in shear buildings using diferent estimated curvature*” Structural Control and Health Monitoring, Vol. 25, No. 1, (Jan 2018)



## 6 Anexos

2 danos sem ruído

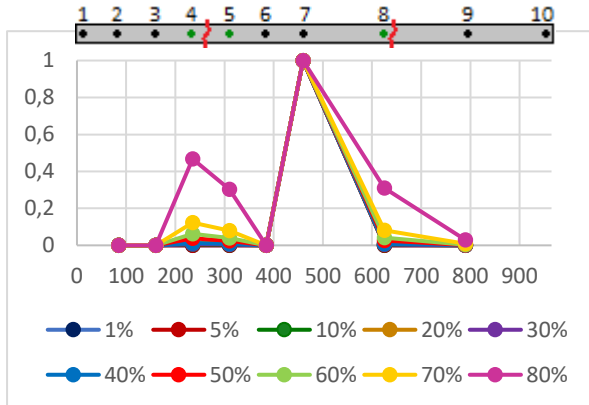


Figura A.1 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 2.5] Hz

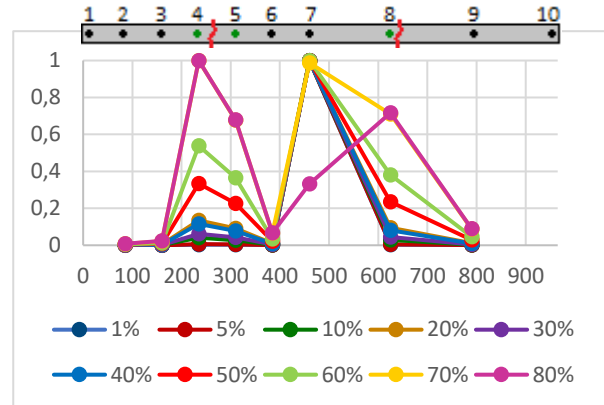


Figura A.2 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 20] Hz

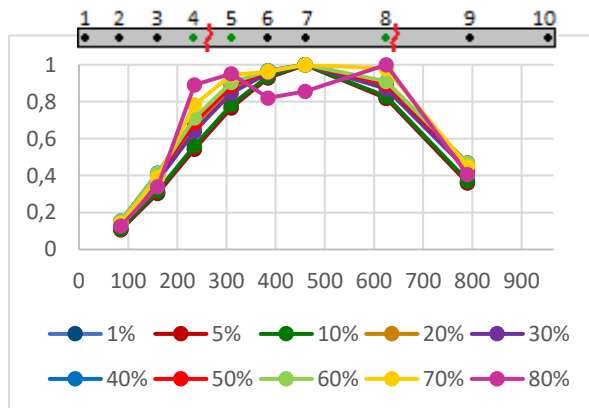


Figura A.3 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 100] Hz

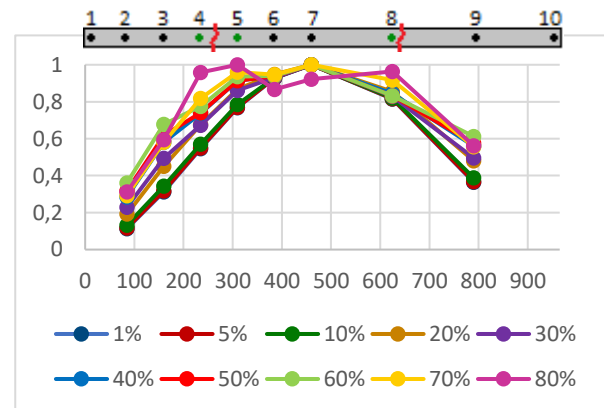


Figura A.4 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 480] Hz

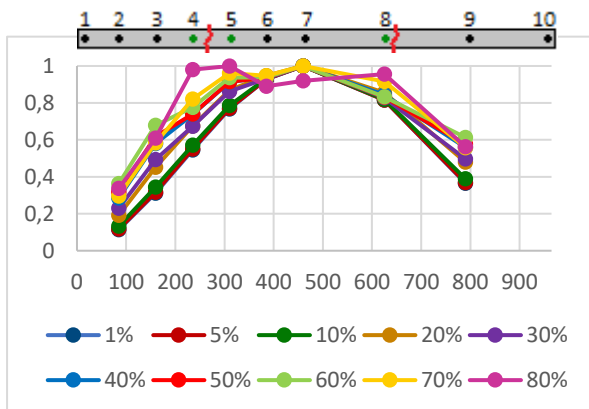


Figura A.5 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 600] Hz

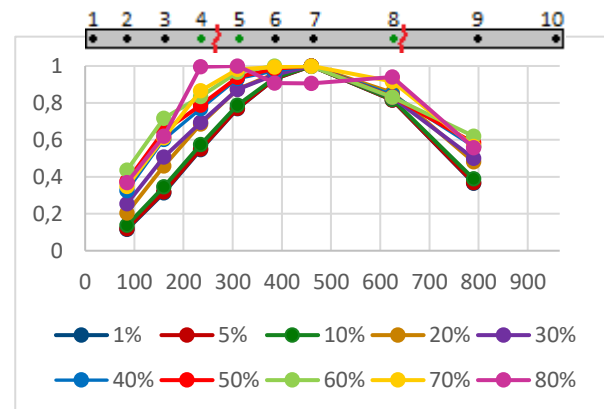


Figura A.6 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 700] Hz

## 2 danos sem ruído

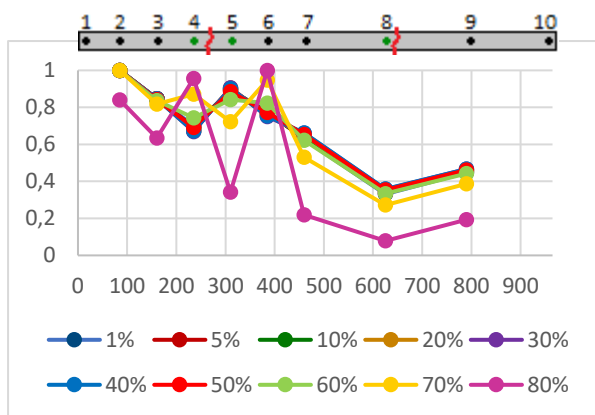


Figura A.7 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de [480, 600] Hz

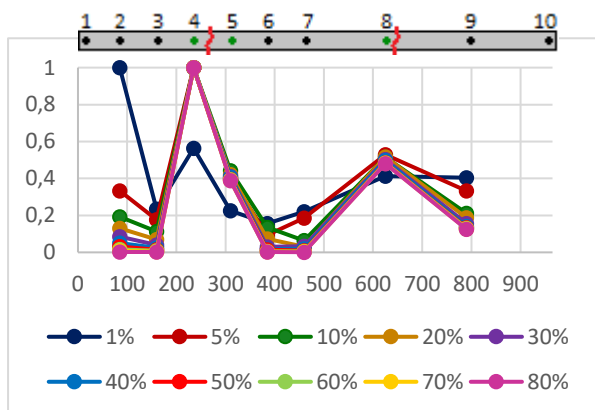


Figura A.8 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de [0, 2.5] Hz

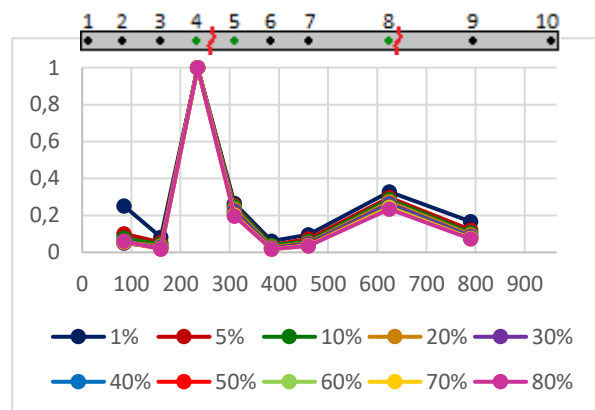


Figura A.9 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de [0, 20] Hz

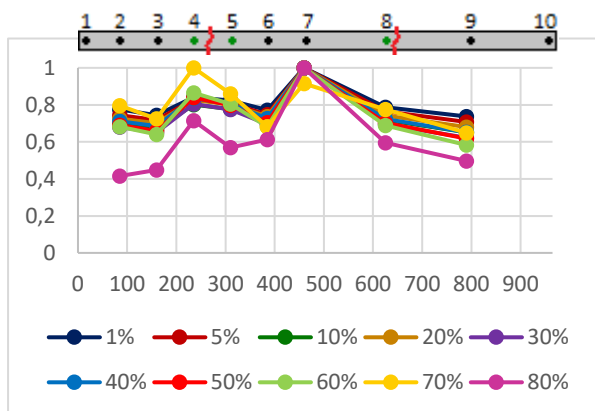


Figura A.10 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de [0, 100] Hz

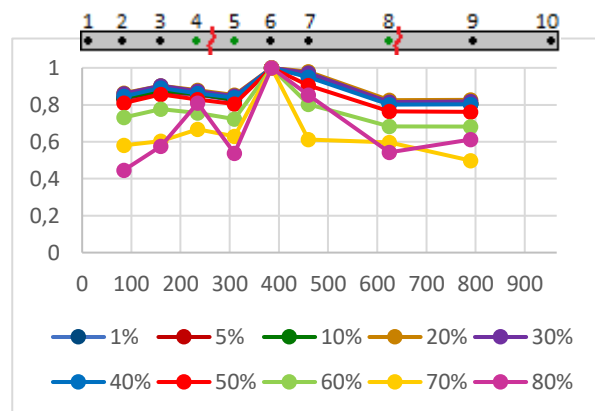


Figura A.11 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de [0, 480] Hz



## 2 danos sem ruído

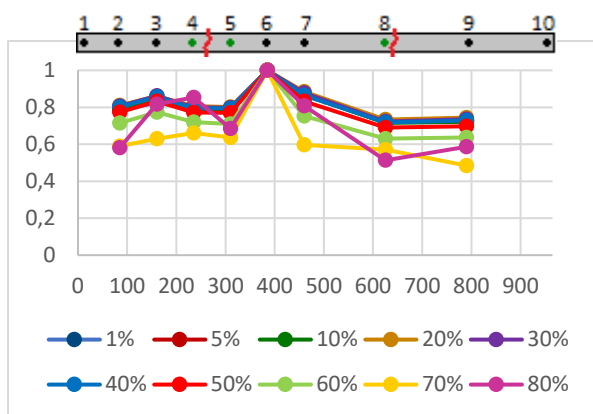


Figura A.12 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 600] Hz

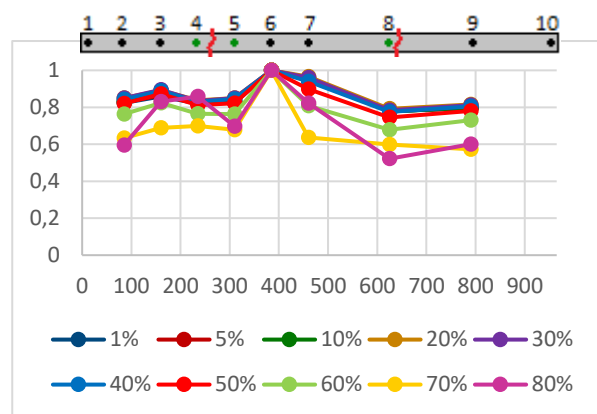


Figura A.13 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 700] Hz

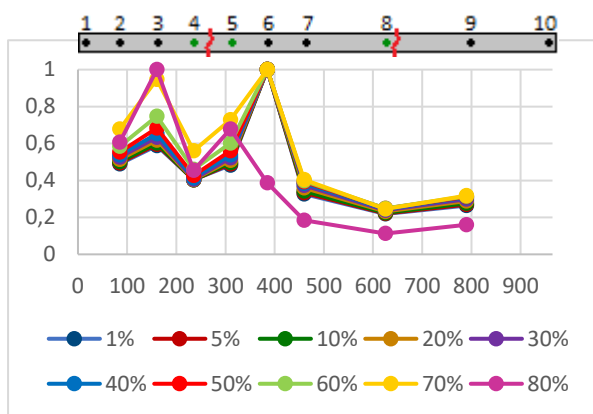


Figura A.14 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]480, 600] Hz

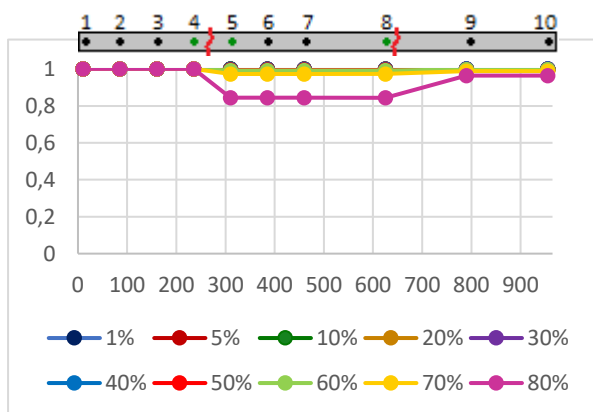


Figura A.15 – DIF\_Rot, para a gama de frequências de ]0, 2.5] Hz

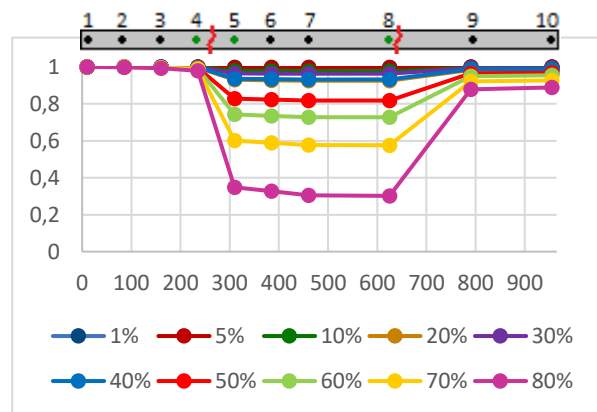


Figura A.16 – DIF\_Rot, para a gama de frequências de ]0, 20] Hz

## 2 danos sem ruído

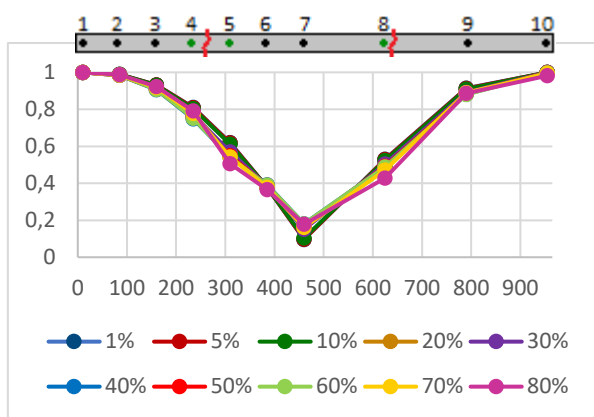


Figura A.174 – DIF\_Rot, para a gama de frequências de ]0, 100] Hz

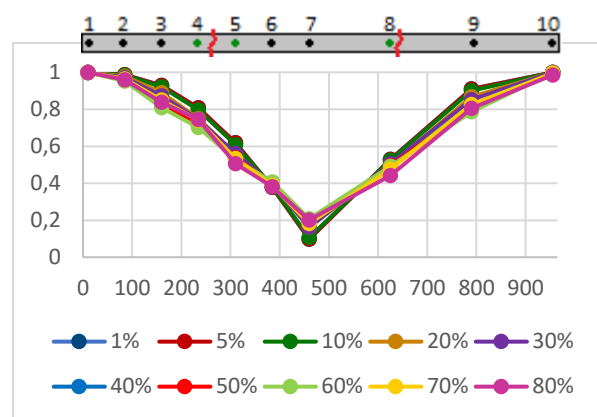


Figura A.184 – DIF\_Rot, para a gama de frequências de ]0, 480] Hz

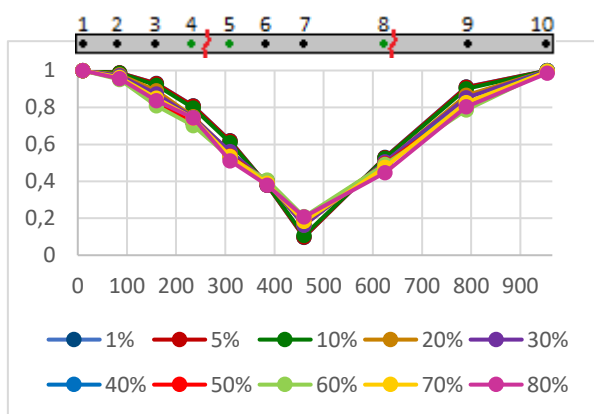


Figura A.194 – DIF\_Rot, para a gama de frequências de ]0, 600] Hz

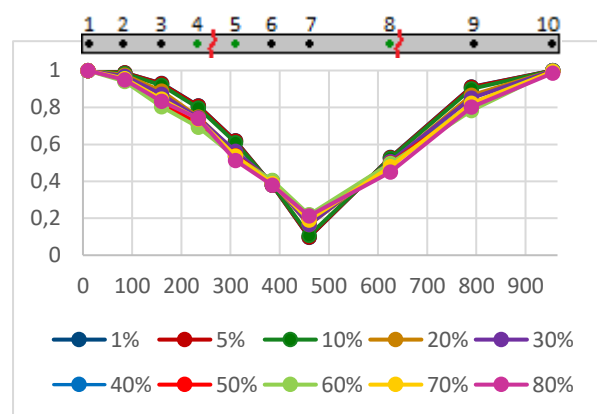


Figura A.20 – DIF\_Rot, para a gama de frequências de ]0, 700] Hz

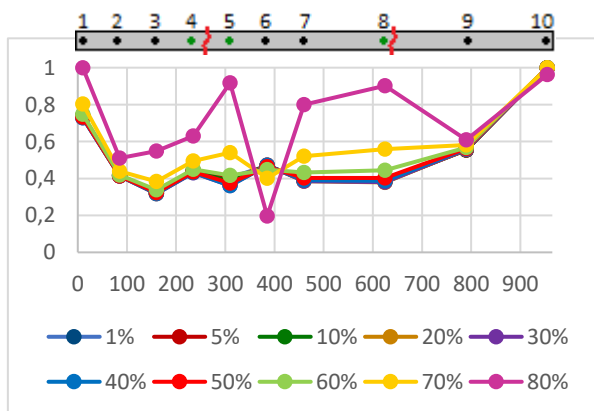
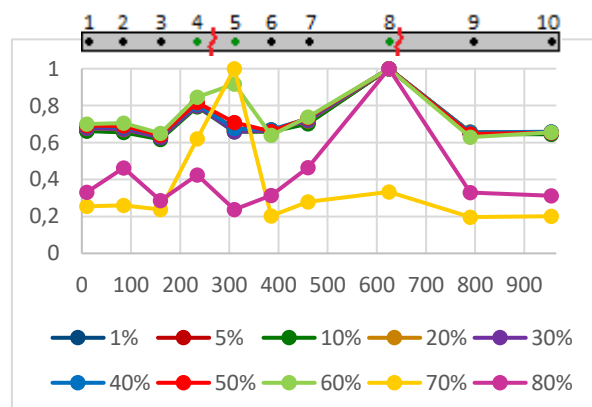
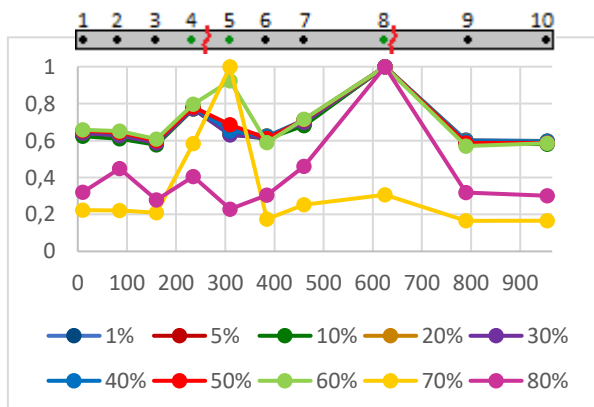
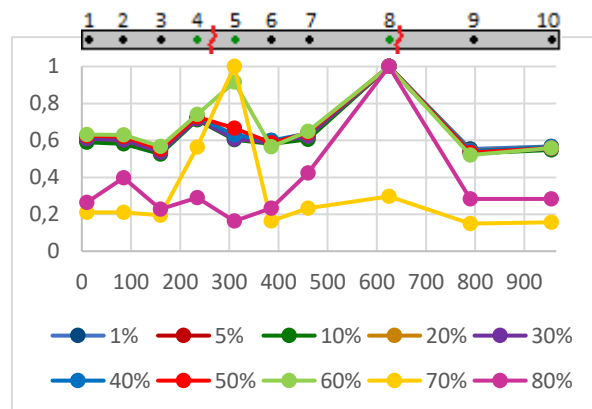
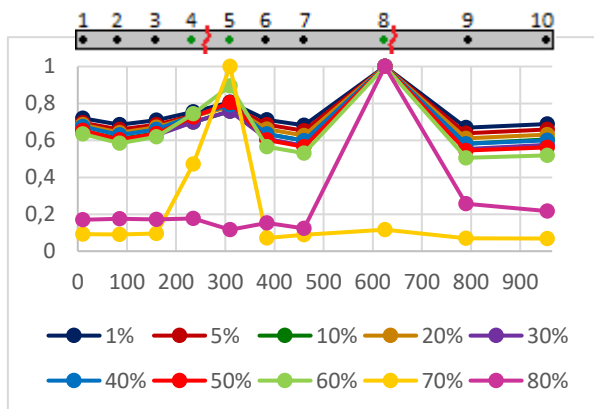
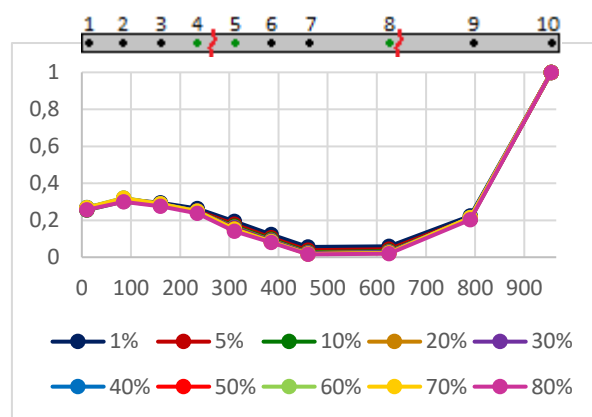
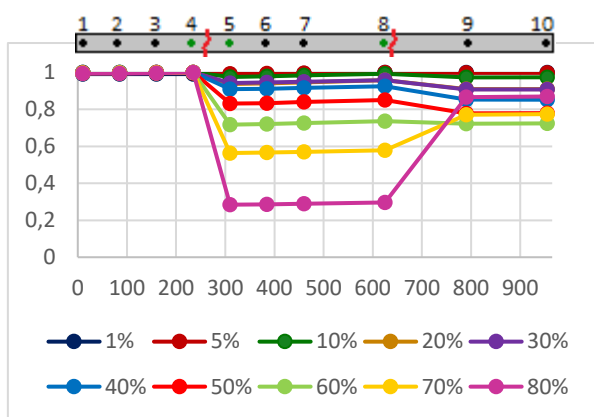


Figura A.214 – DIF\_Rot, para a gama de frequências de ]480, 600] Hz

## 2 danos sem ruído



## 2 danos sem ruído

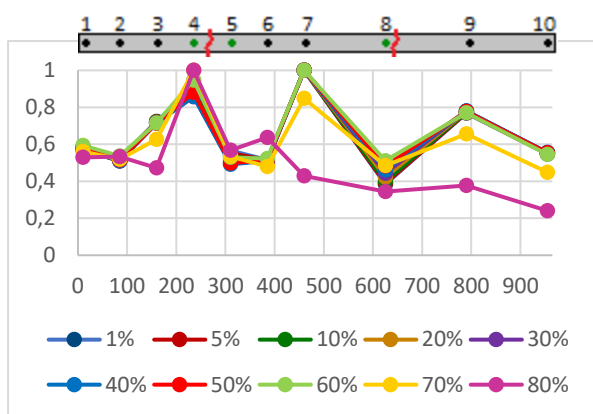


Figura A.286 – DIF<sub>rel</sub>\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]480, 600] Hz

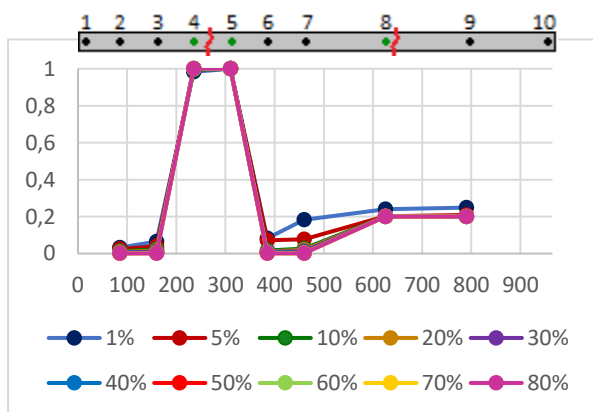


Figura A.296 – DIF<sub>CURV</sub>\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 2.5] Hz

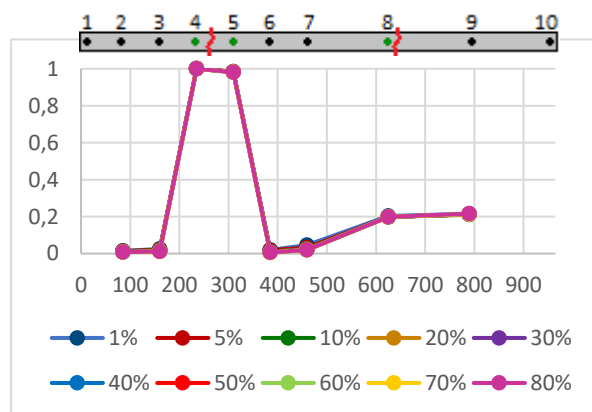


Figura A.30 – DIF<sub>CURV</sub>\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 20] Hz

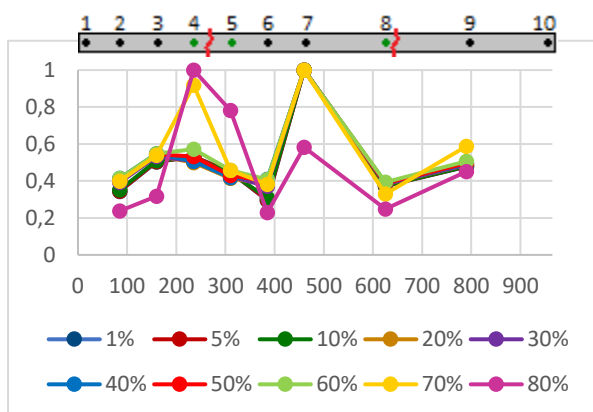


Figura A.31 – DIF<sub>CURV</sub>\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 100] Hz

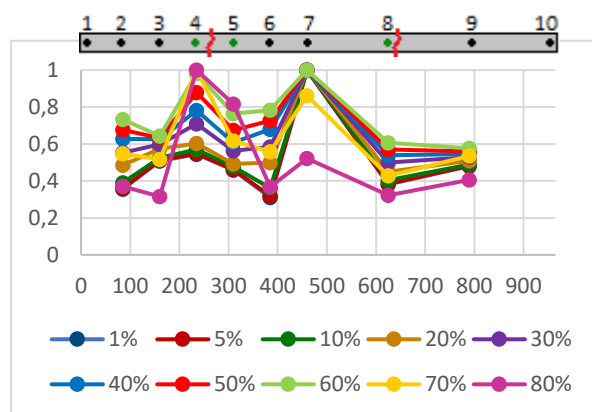


Figura A.32 – DIF<sub>CURV</sub>\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 480] Hz

## 2 danos sem ruído

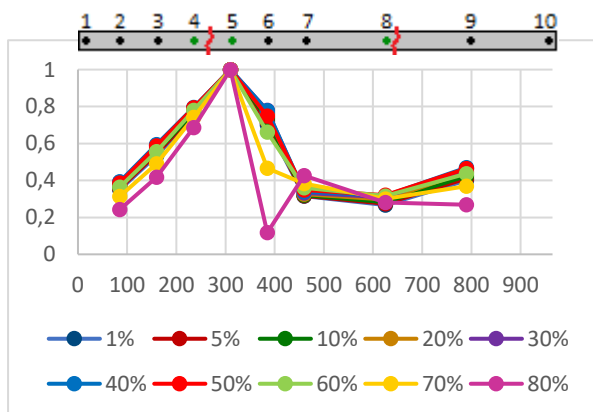
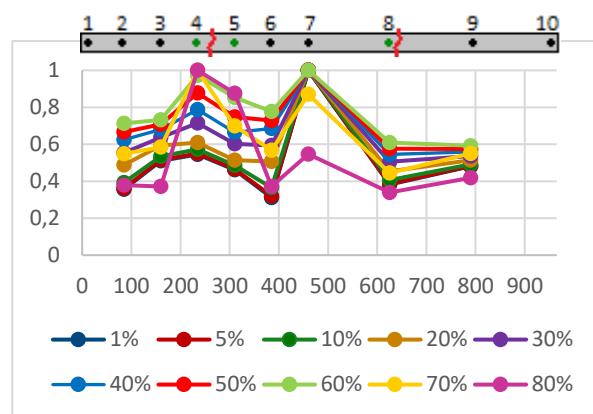
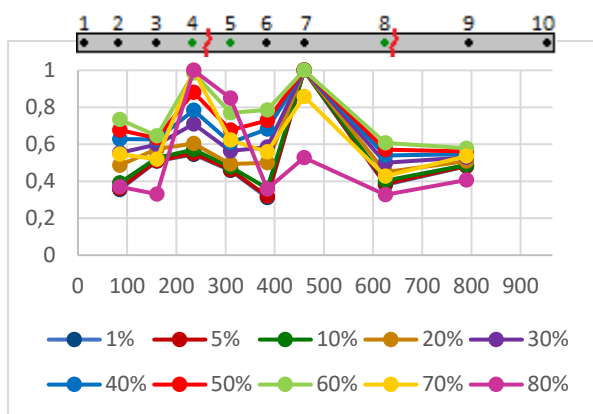


Figura A.35 – DIF\_CURV\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]480, 600] Hz

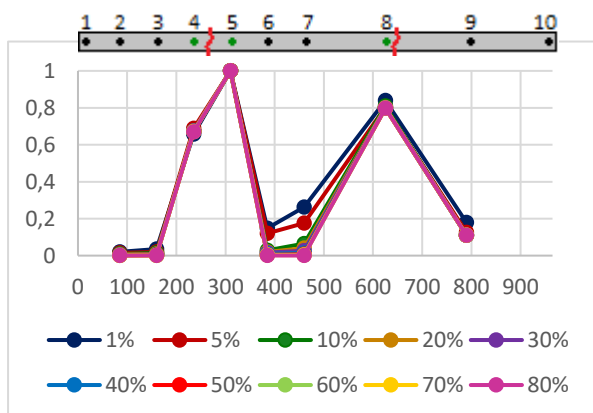


Figura A.86 – DIFrel\_CURV\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 2.5] Hz

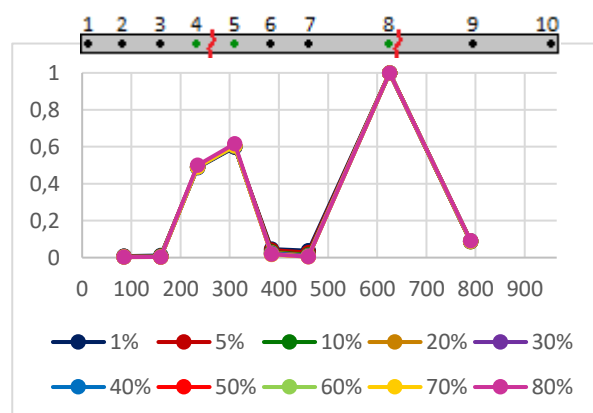


Figura A.8 – DIFrel\_CURV\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 20] Hz

## 2 danos sem ruído

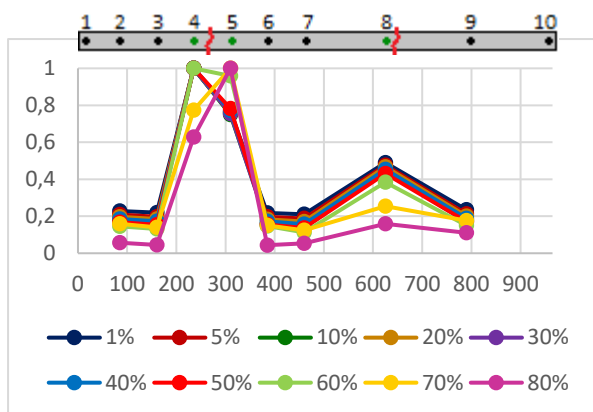


Figura A.3813 –  $DIF_{rel\_CURV\_Rot}$ , em viga com dois danos, para a gama de frequências de  $[0, 100]$  Hz

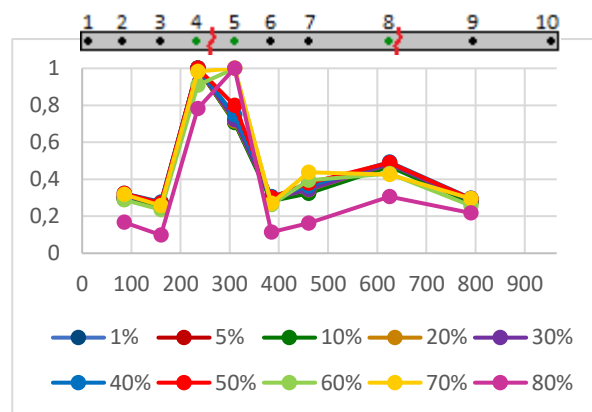


Figura A.13 –  $DIF_{rel\_CURV\_Rot}$ , em viga com dois danos, para a gama de frequências de  $[0, 480]$  Hz

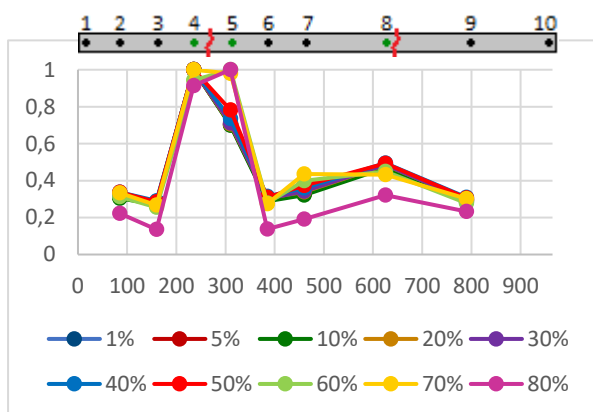


Figura A.130 –  $DIF_{rel\_CURV\_Rot}$ , em viga com dois danos, para a gama de frequências de  $[0, 600]$  Hz

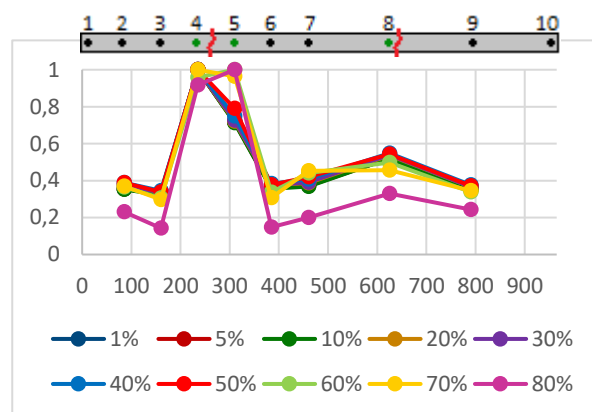


Figura A.131 –  $DIF_{rel\_CURV\_Rot}$ , em viga com dois danos, para a gama de frequências de  $[0, 700]$  Hz

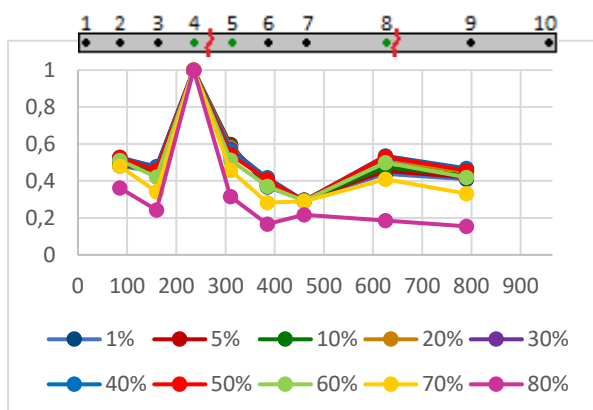


Figura A.13 –  $DIF_{rel\_CURV\_Rot}$ , em viga com dois danos, para a gama de frequências de  $[480, 600]$  Hz

# 1 dano com ruído 2%

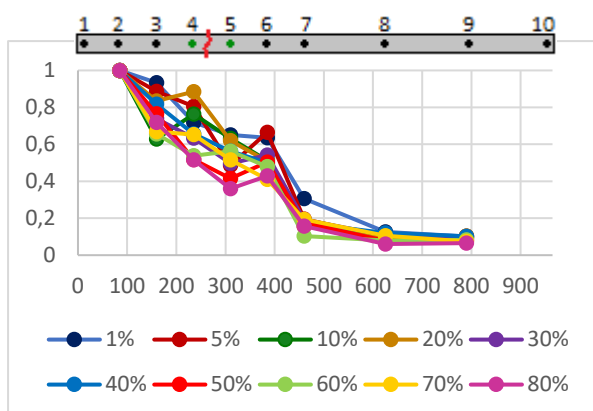


Figura A.193 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 2.5] Hz. Ruído de 2%.

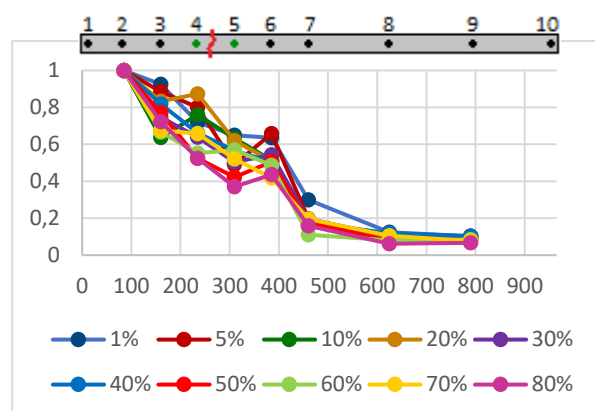


Figura A.194 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 20] Hz. Ruído de 2%.

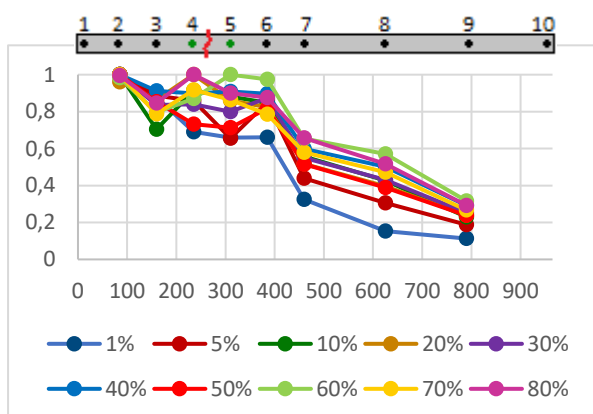


Figura A.19 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 100] Hz. Ruído de 2%.

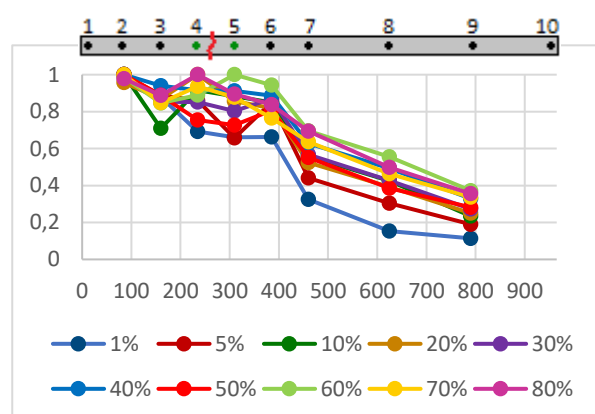


Figura 0.196 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 480] Hz. Ruído de 2%.

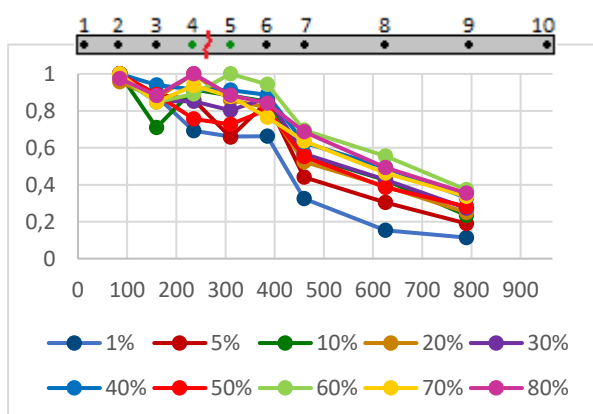


Figura A.19 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 600] Hz. Ruído de 2%.

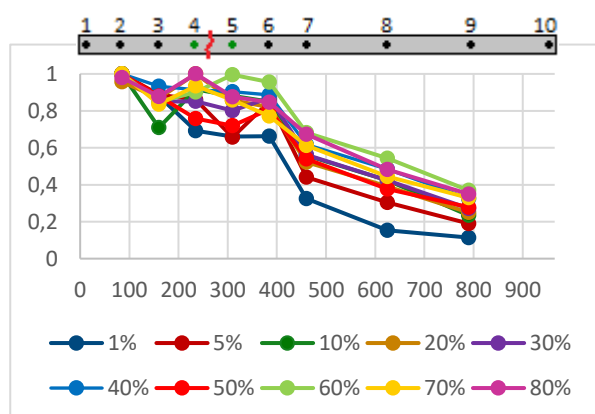


Figura A.19 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 700] Hz. Ruído de 2%.

# 1 dano com ruído 2%

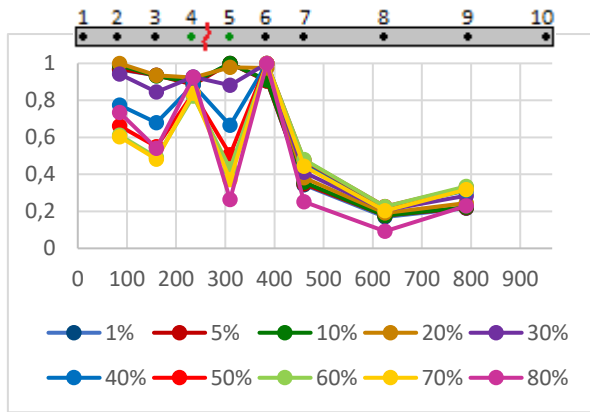


Figura A.49 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]480, 600] Hz. Ruído de 2%.

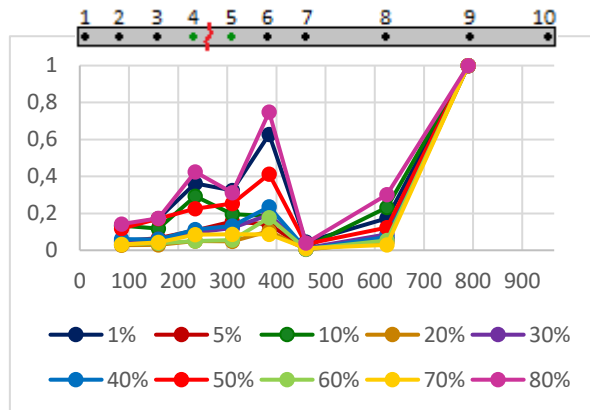


Figura A.230 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 2.5] Hz. Ruído de 2%.

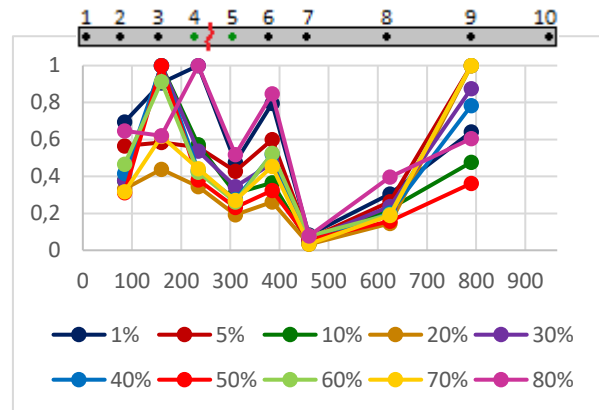


Figura A.231 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 20] Hz. Ruído de 2%.

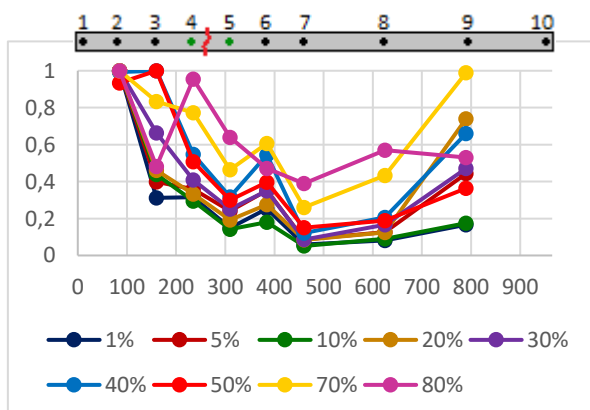


Figura A.232 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 100] Hz. Ruído de 2%.

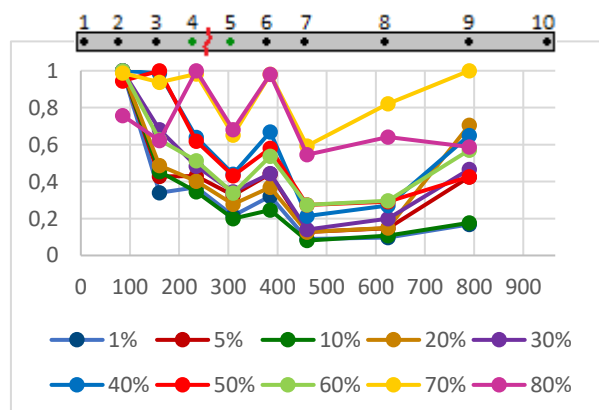


Figura A.23 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 480] Hz. Ruído de 2%.



1 dano com ruído 2%

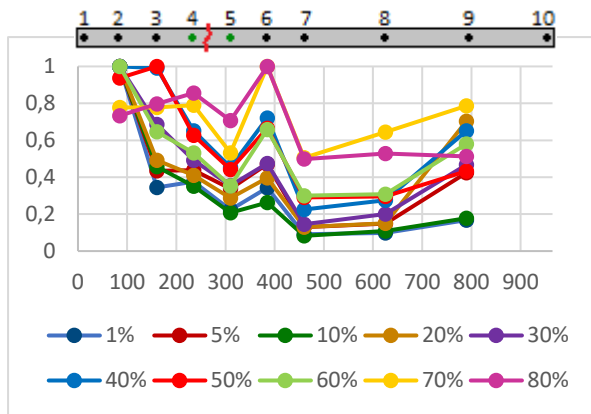


Figura A.284 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 600] Hz. Ruído de 2%.

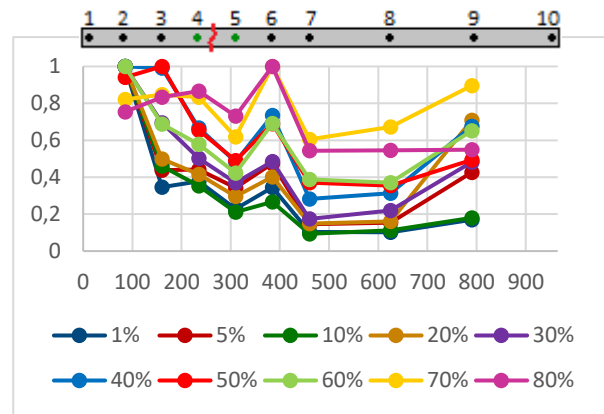


Figura A.285 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 600] Hz. Ruído de 2%.

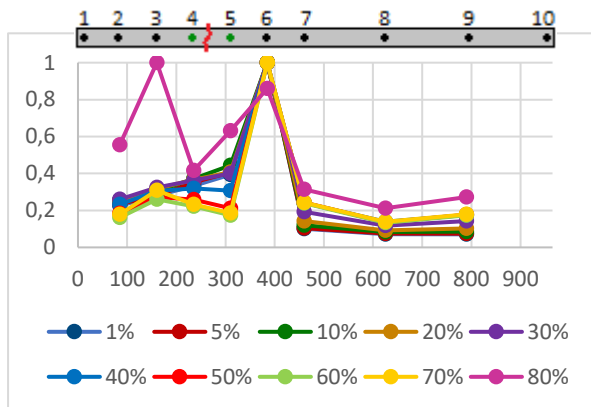


Figura A.286 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]480, 600] Hz. Ruído de 2%.

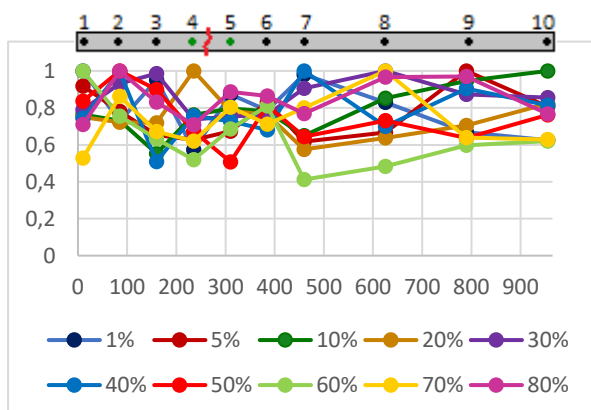


Figura A.287 – DIF\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 2.5] Hz. Ruído de 2%.

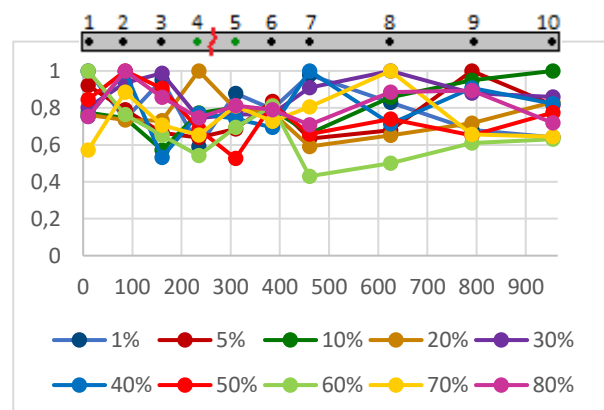


Figura A.28 DIF\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 20] Hz. Ruído de 2%.

1 dano com ruído 2%

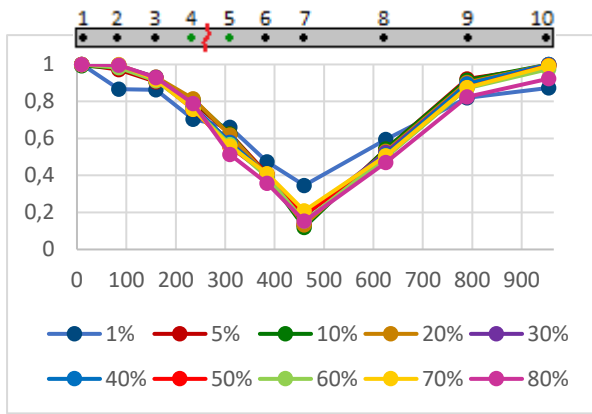


Figura A.59 – DIF\_Rot, para a gama de frequências de ]0, 100] Hz. Ruído de 2%.

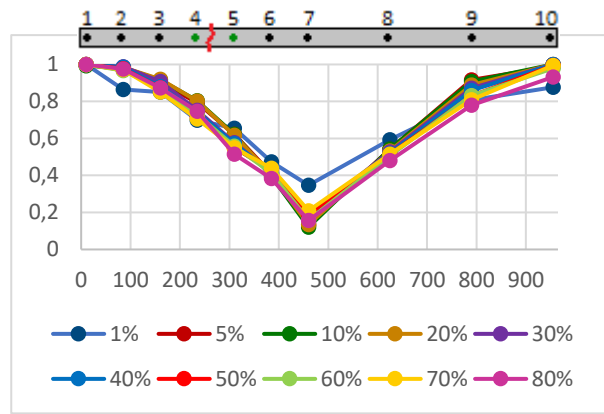


Figura A.60 – DIF\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 480] Hz. Ruído de 2%.

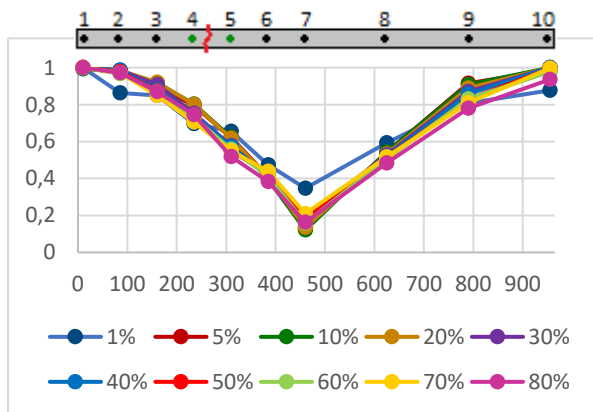


Figura A.61 – DIF\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 600] Hz. Ruído de 2%.

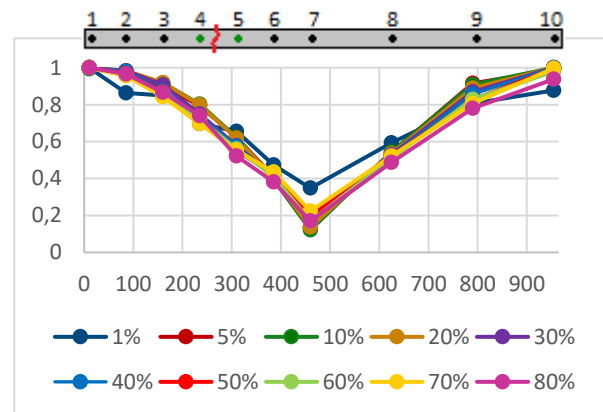


Figura A.302 – DIF\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 700] Hz. Ruído de 2%.

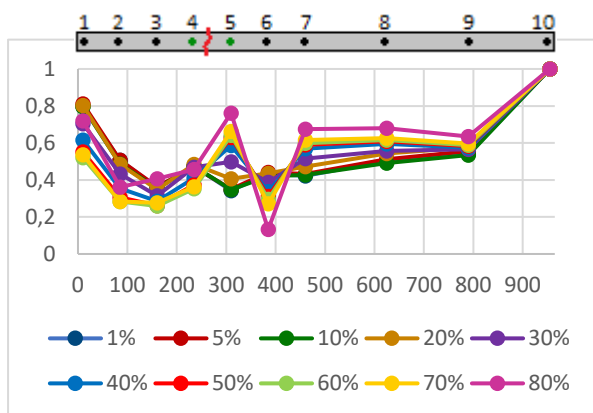


Figura A.30 – DIF\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]480, 600] Hz. Ruído de 2%.

1 dano com ruído 2%

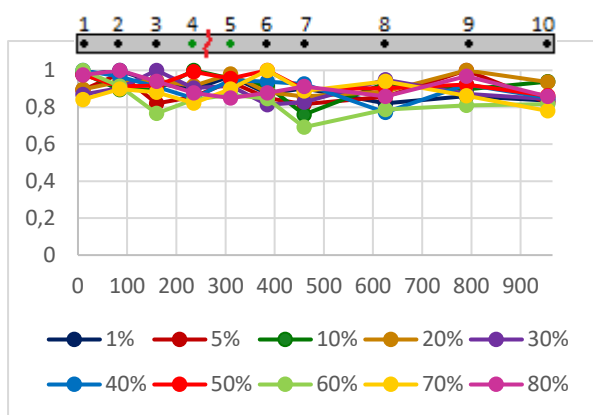


Figura A.364 – DIFrel\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de  $[0, 2.5]$  Hz. Ruído de 2%.

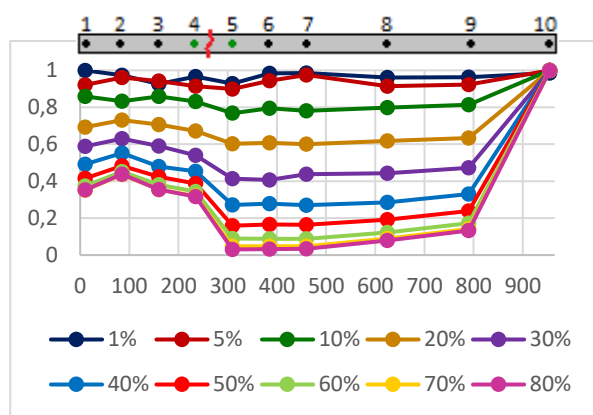


Figura A.365 – DIFrel\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de  $[0, 20]$  Hz. Ruído de 2%.

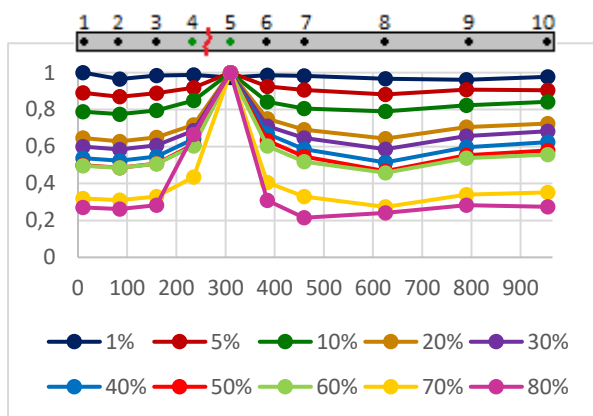


Figura A.366 – DIFrel\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de  $[0, 100]$  Hz. Ruído de 2%.

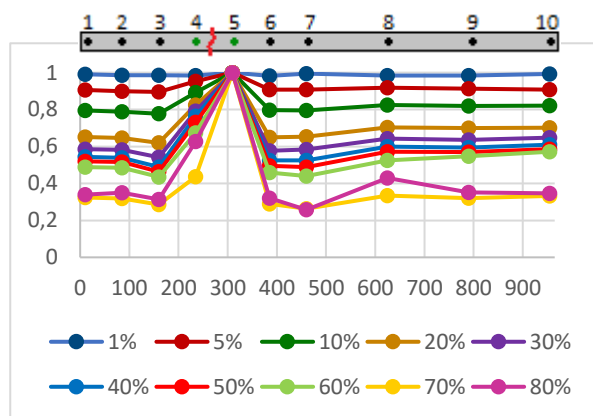


Figura A.367 – DIFrel\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de  $[0, 480]$  Hz. Ruído de 2%.

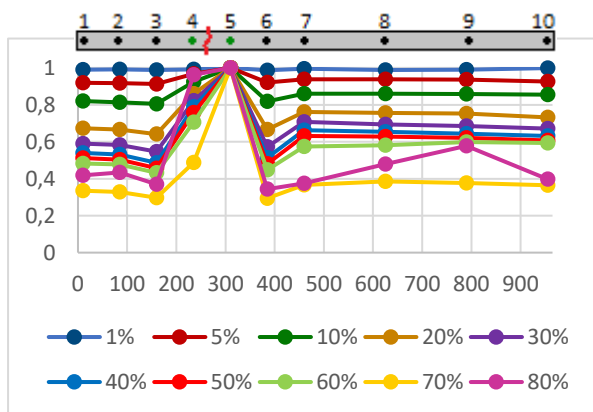


Figura A.368 – DIFrel\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de  $[0, 600]$  Hz. Ruído de 2%.

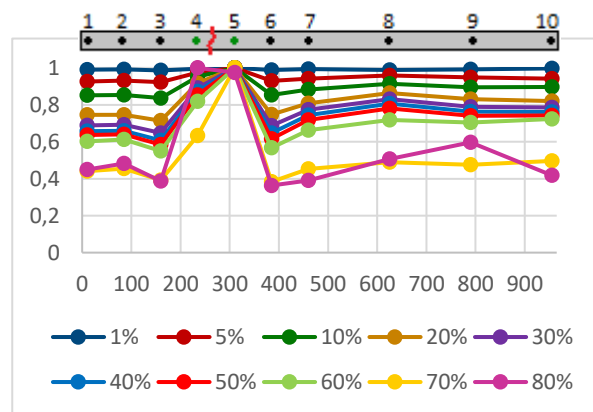


Figura A.369 – DIFrel\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de  $[0, 700]$  Hz. Ruído de 2%.

1 dano com ruído 2%

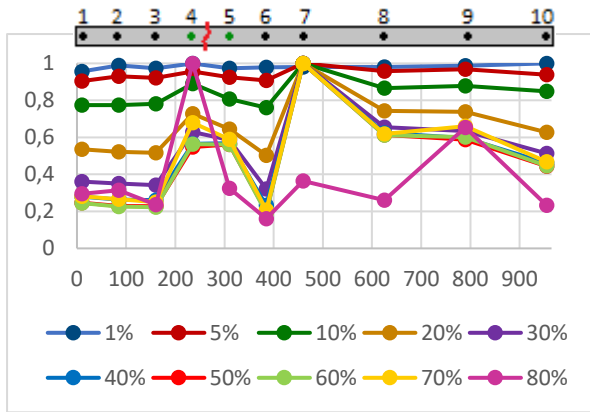


Figura A.410 – DIFrel\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de [480, 600] Hz. Ruído de 2%.

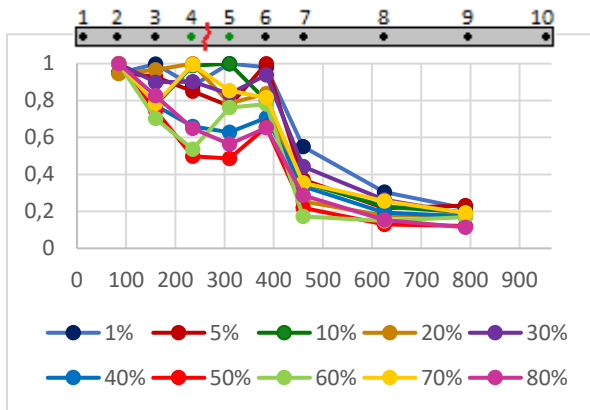


Figura A.411 – DIF\_CURV\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de [0, 2.5] Hz. Ruído de 2%.

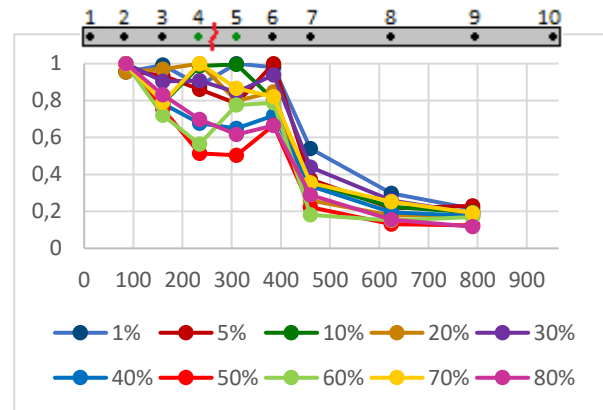


Figura A.412 – DIF\_CURV\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de [0, 20] Hz. Ruído de 2%.

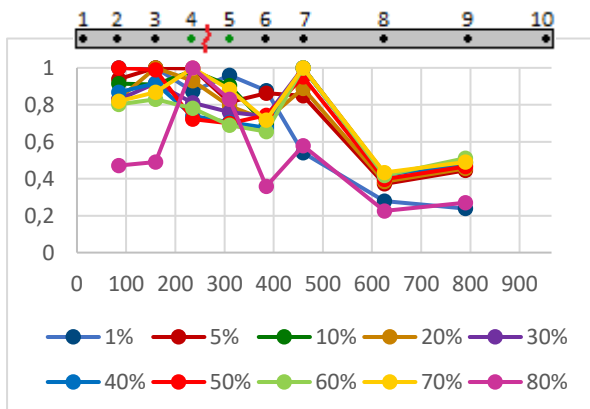


Figura A.413 – DIF\_CURV\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de [0, 100] Hz. Ruído de 2%.

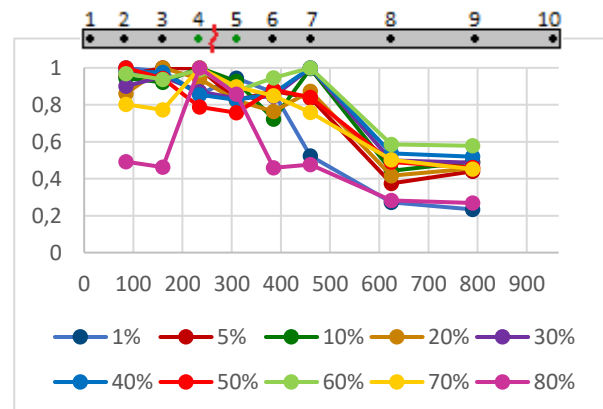


Figura A.41 – DIF\_CURV\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de [0, 480] Hz. Ruído de 2%.

1 dano com ruído 2%

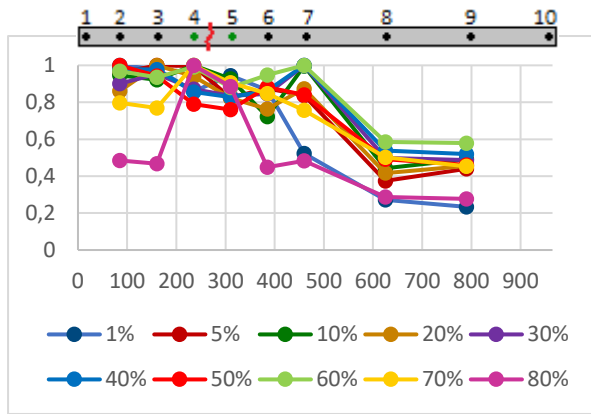


Figura A.465 – DIF\_CURV\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de [0, 600] Hz. Ruído de 2%.

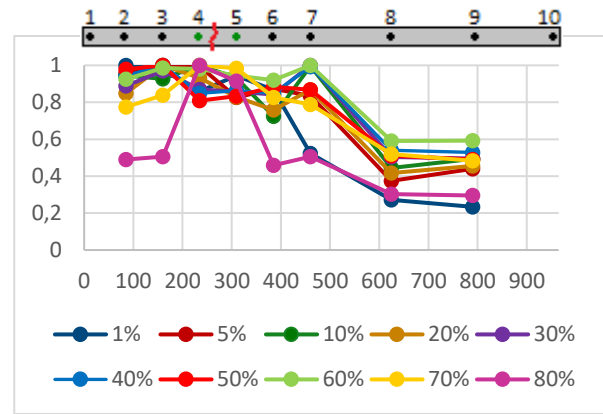


Figura A.466 – DIF\_CURV\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de [0, 700] Hz. Ruído de 2%.

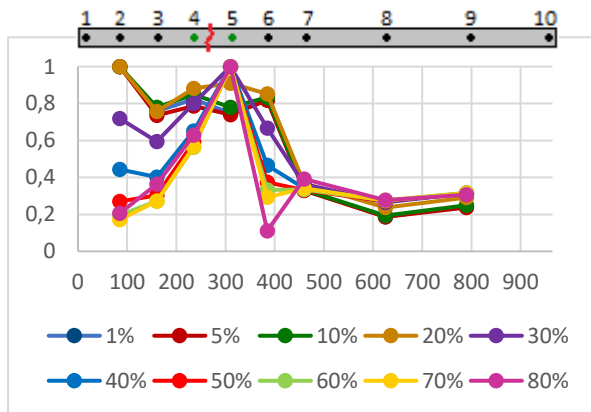


Figura A.467 – DIF\_CURV\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de [480, 600] Hz. Ruído de 2%.

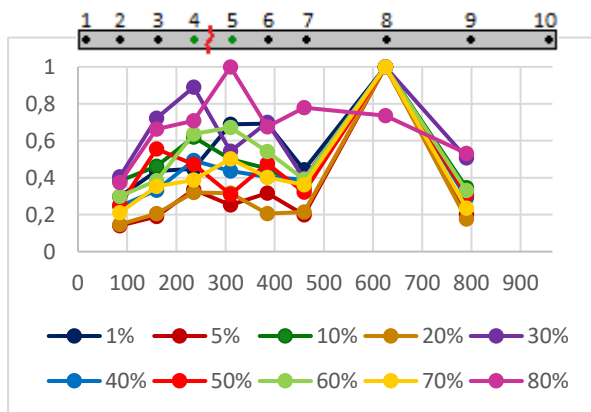


Figura A.468 – DIFrel\_CURV\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de [0, 2.5] Hz. Ruído de 2%.

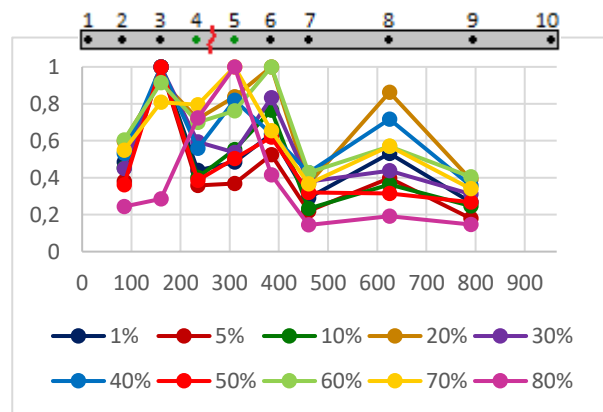


Figura A.46 – DIFrel\_CURV\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de [0, 20] Hz. Ruído de 2%.

1 dano com ruído 2%

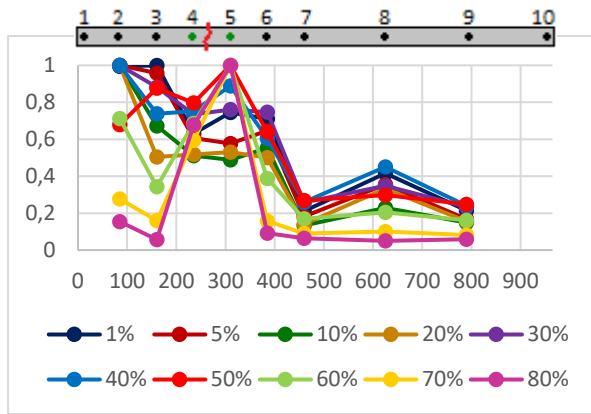


Figura A.51 – DIFrel\_CURV\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 100] Hz. Ruído de 2%.

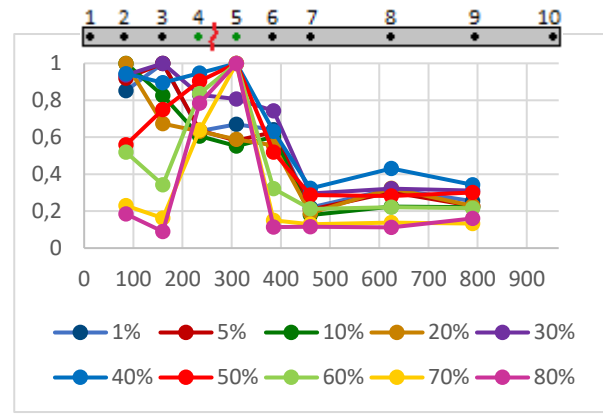


Figura A.511 – DIFrel\_CURV\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 480] Hz. Ruído de 2%.

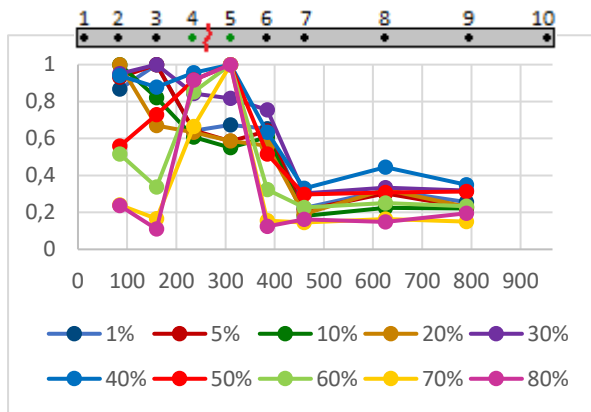


Figura A.512 – DIFrel\_CURV\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 600] Hz. Ruído de 2%.

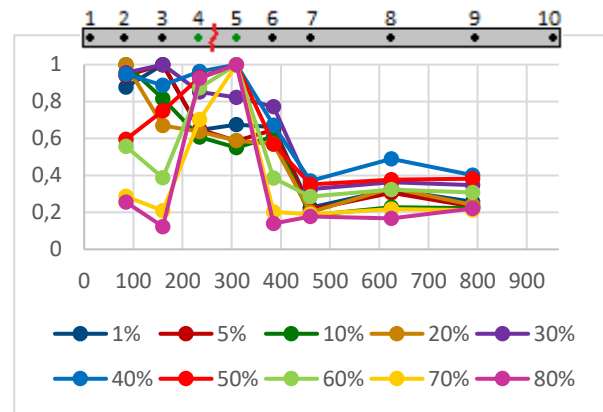


Figura A.51 – DIFrel\_CURV\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 700] Hz. Ruído de 2%.

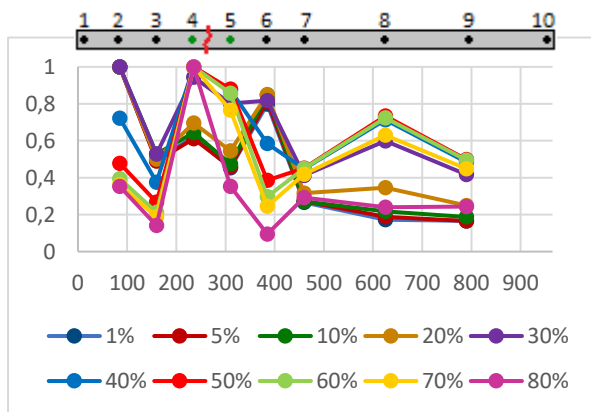


Figura A.51 – DIFrel\_CURV\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]480, 600] Hz. Ruído de 2%.

# 1 dano com ruído 5%

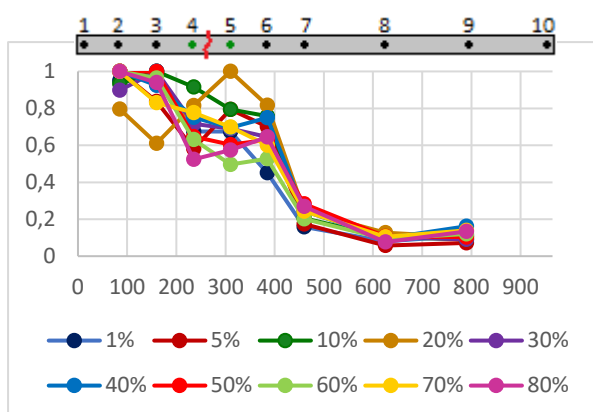


Figura A.85 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com um dano, para a gama de frequências de [0, 2.5] Hz. Ruído de 5%.

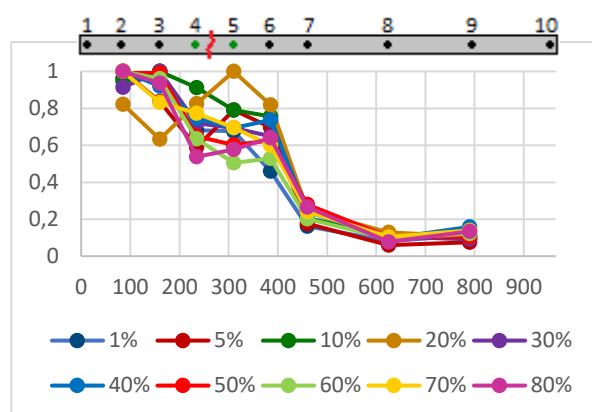


Figura A.54 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com um dano, para a gama de frequências de [0, 20] Hz. Ruído de 5%.

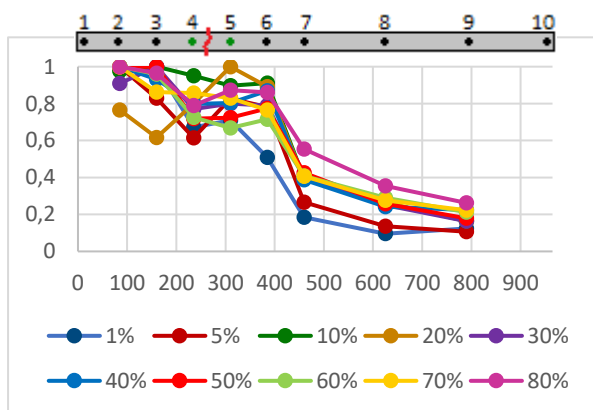


Figura A.87 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com um dano, para a gama de frequências de [0, 100] Hz. Ruído de 5%.

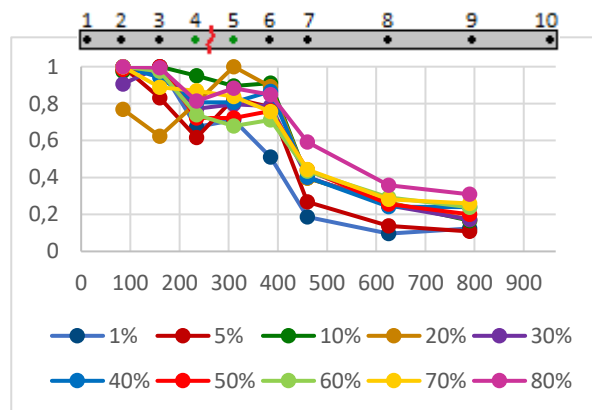


Figura A.88 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com um dano, para a gama de frequências de [0, 480] Hz. Ruído de 5%.

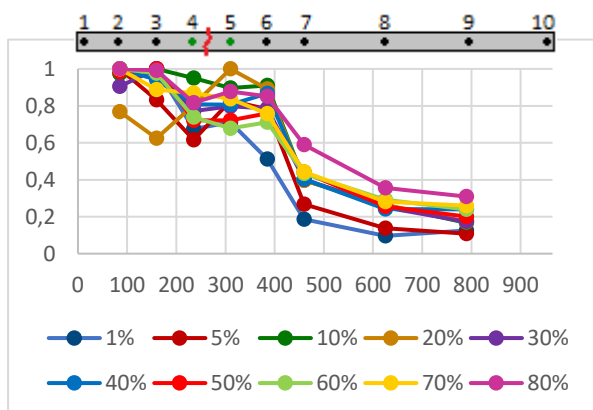


Figura A.854 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com um dano, para a gama de frequências de [0, 600] Hz. Ruído de 5%.

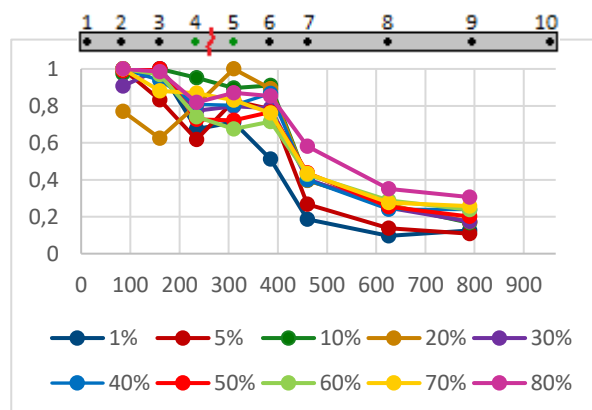


Figura A.54 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com um dano, para a gama de frequências de [0, 700] Hz. Ruído de 5%.

1 dano com ruído 5%

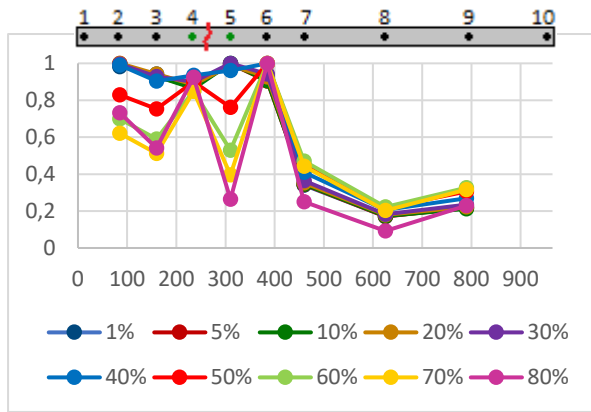


Figura A.581 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com um dano, para a gama de frequências de [480, 600] Hz. Ruído de 5%.

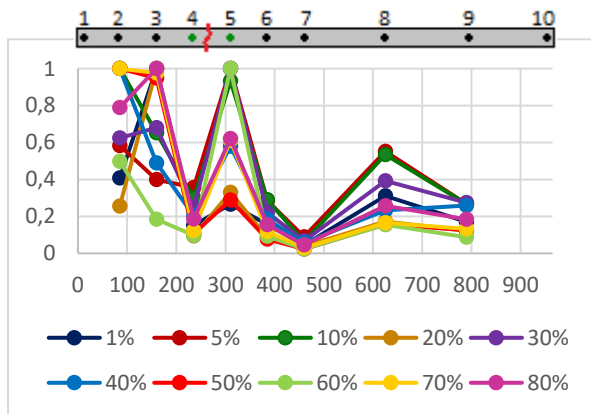


Figura A.582 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com um dano, para a gama de frequências de [0, 2,5] Hz. Ruído de 5%.

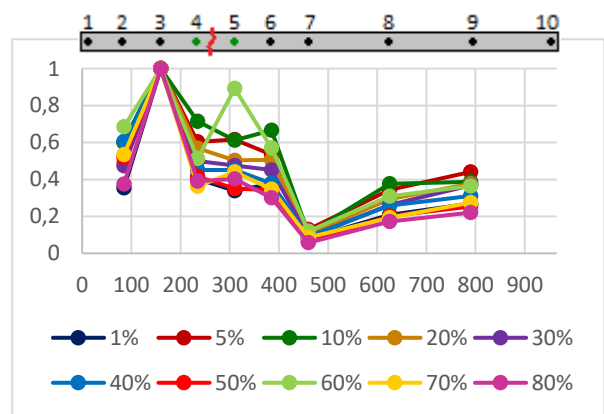


Figura A.583 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com um dano, para a gama de frequências de [0, 20] Hz. Ruído de 5%.

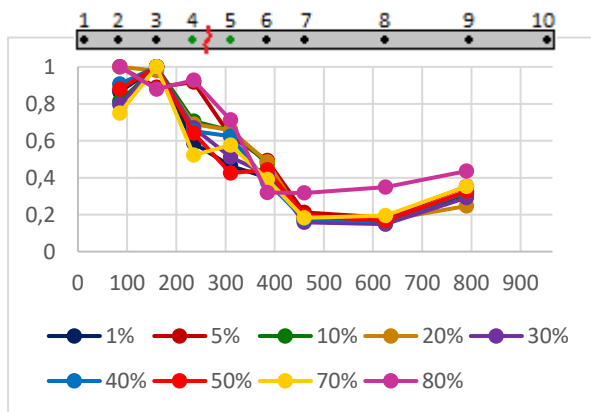


Figura A.94 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com um dano, para a gama de frequências de [0, 100] Hz. Ruído de 5%.

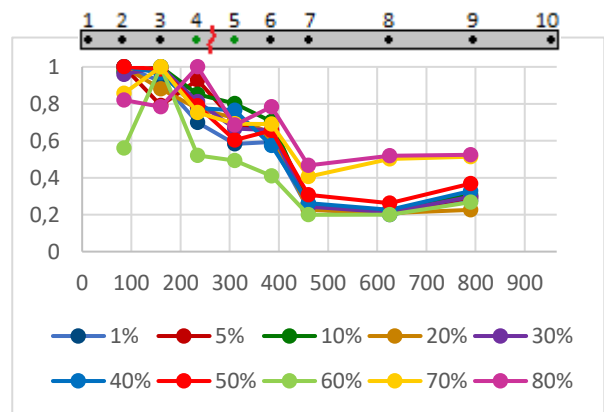


Figura A.58 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com um dano, para a gama de frequências de [0, 480] Hz. Ruído de 5%.



1 dano com ruído 5%

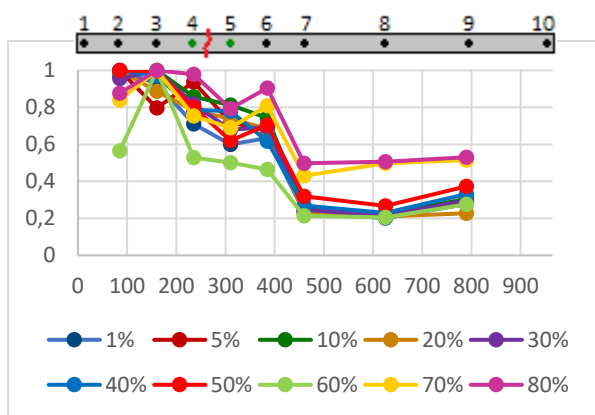


Figura A.61 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 600] Hz. Ruído de 5%.

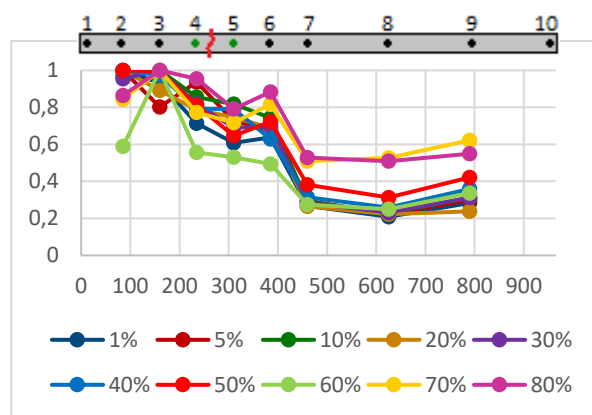


Figura A.97 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 700] Hz. Ruído de 5%.

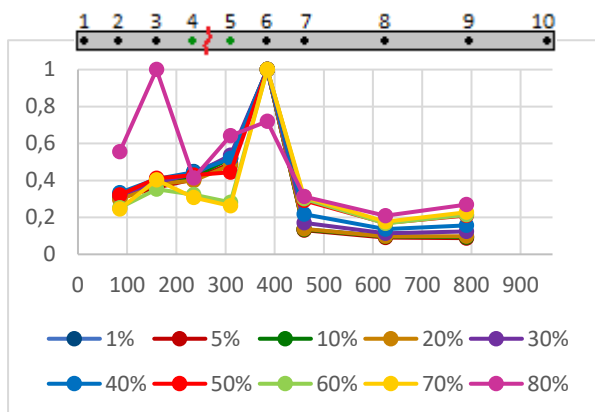


Figura 0.61 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]480, 600] Hz. Ruído de 5%.

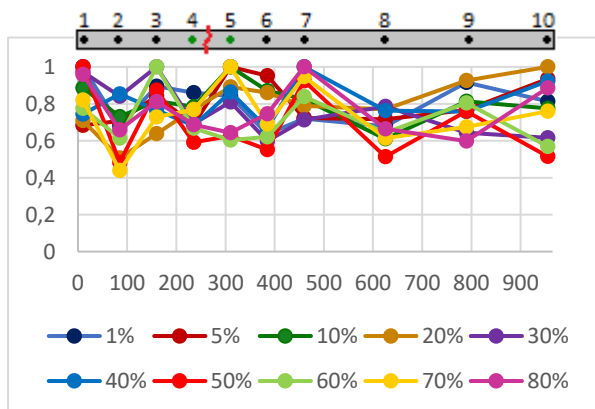


Figura A.99 – DIF\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 2.5] Hz. Ruído de 5%.

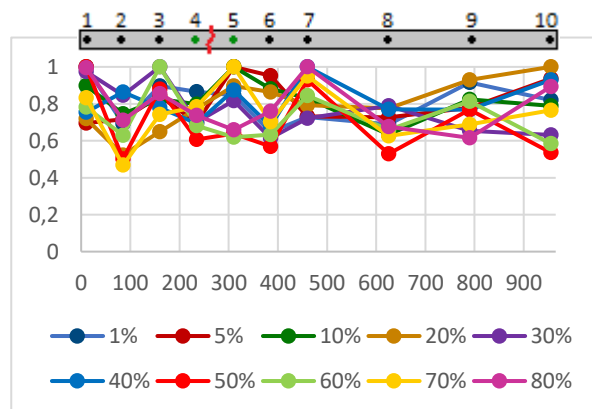


Figura A.61 – DIF\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 20] Hz. Ruído de 5%.

1 dano com ruído 5%

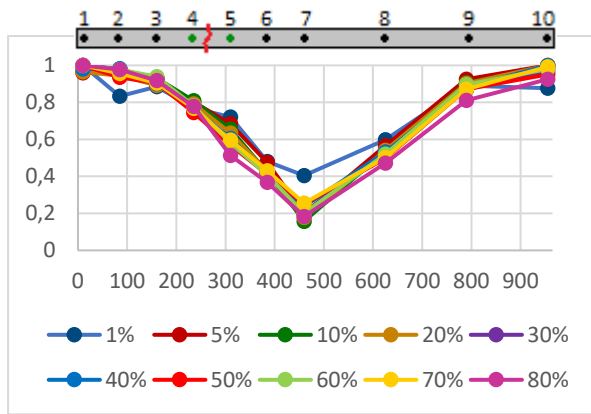


Figura A.661 – DIF\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 100] Hz. Ruído de 5%.

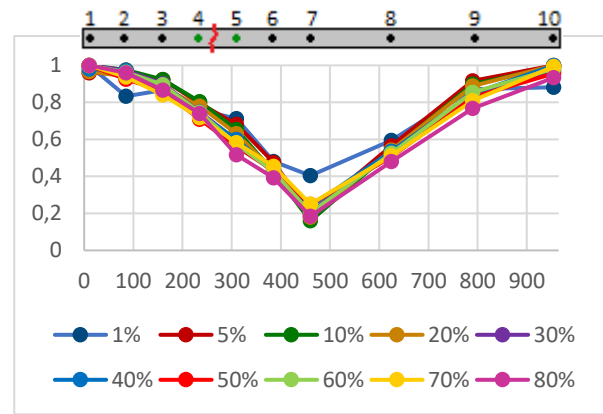


Figura A.662 – DIF\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 480] Hz. Ruído de 5%.

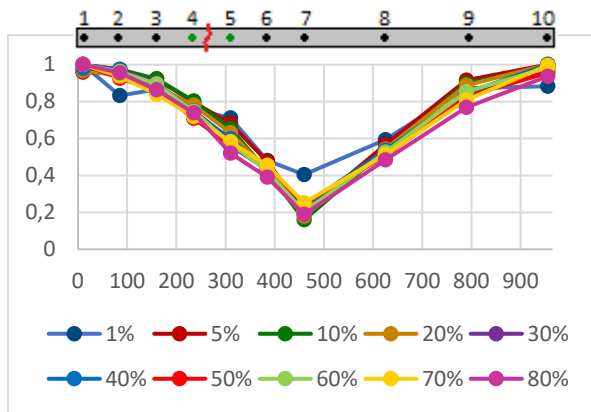


Figura A.663 – DIF\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 600] Hz. Ruído de 5%.

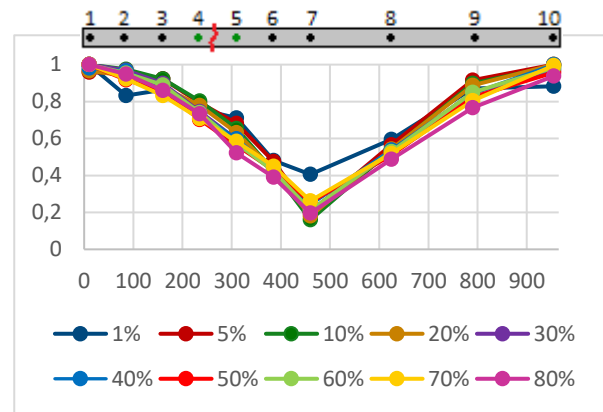


Figura A.664 – DIF\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 700] Hz. Ruído de 5%.

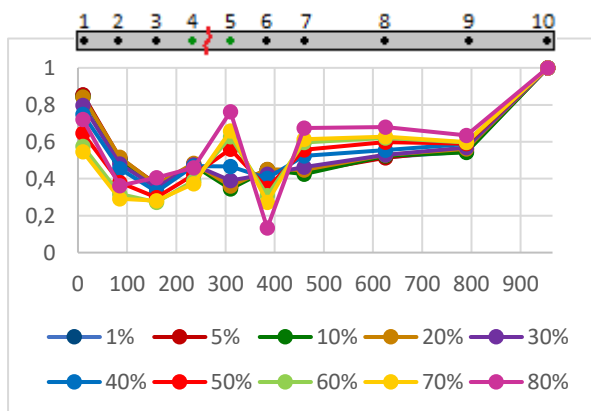


Figura A.66 – DIF\_Rot, para a gama de frequências de ]480, 600] Hz. Ruído de 5%.

# 1 dano com ruído 5%

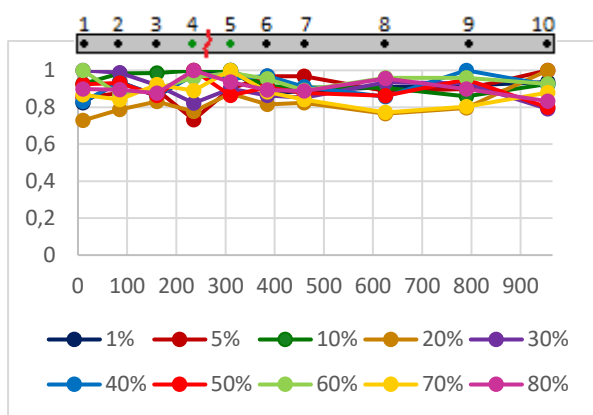


Figura A.7206 – DIFrel\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 2.5] Hz. Ruído de 5%.

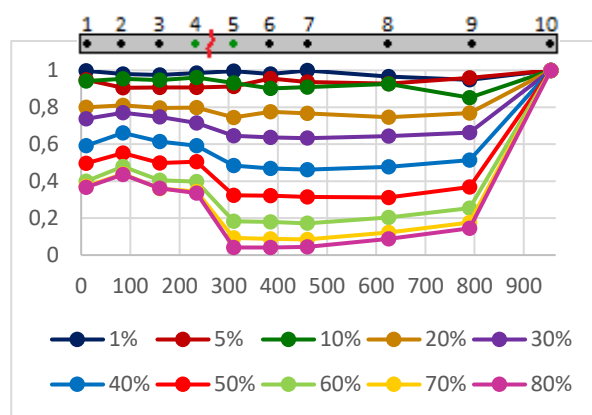


Figura A.7207 – DIFrel\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 20] Hz. Ruído de 5%.

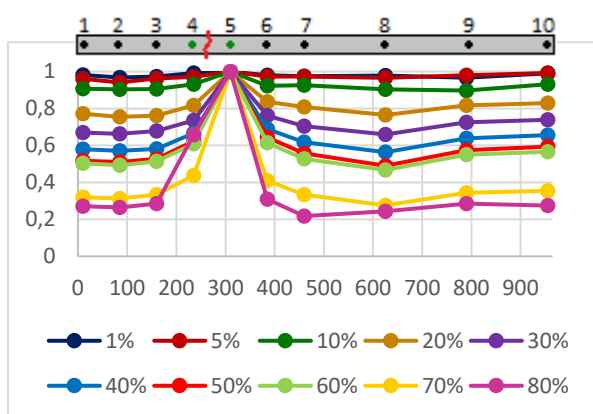


Figura A.7208 – DIFrel\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 100] Hz. Ruído de 5%.

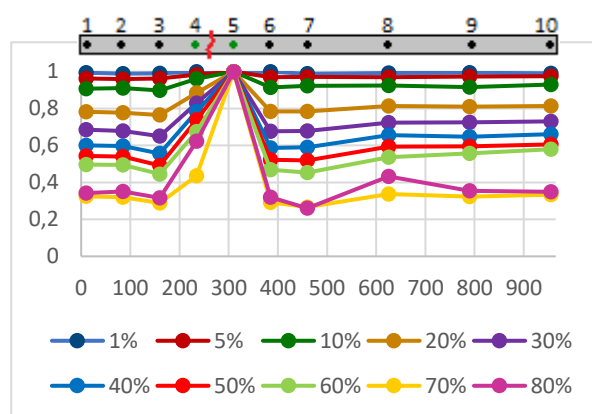


Figura A.7209 – DIFrel\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 480] Hz. Ruído de 5%.

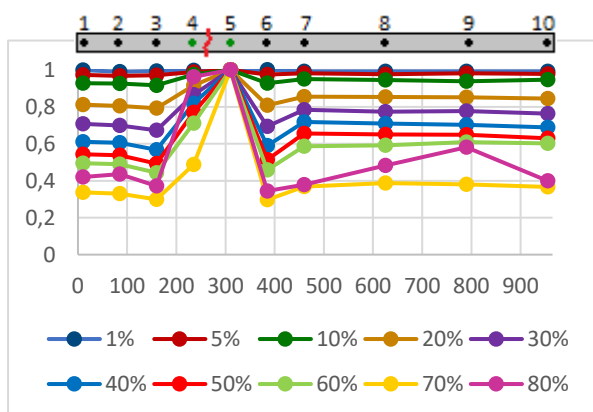


Figura A.72 – DIFrel\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 600] Hz. Ruído de 5%.

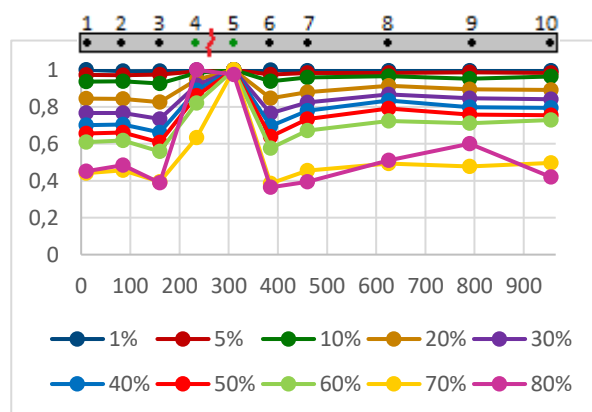


Figura A.72 – DIFrel\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 700] Hz. Ruído de 5%.

1 dano com ruído 5%

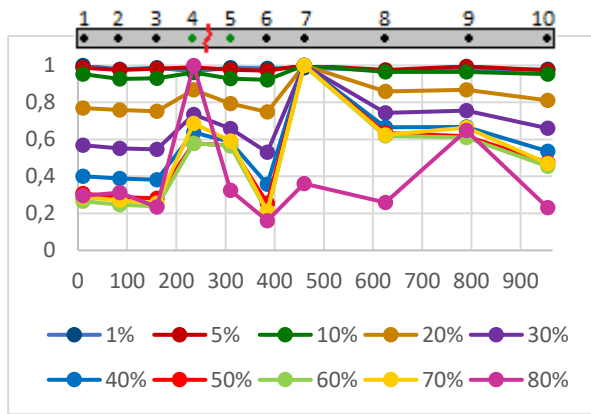


Figura A.772 – DIF<sub>rel</sub>\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de [480, 600] Hz. Ruído de 5%.

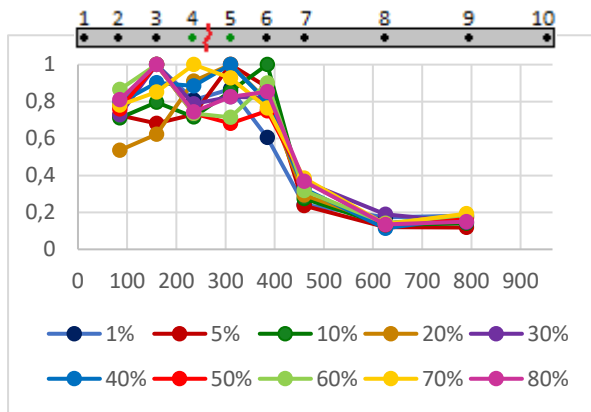


Figura A.773 – DIF<sub>CURV</sub>\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de [0, 2.5] Hz. Ruído de 5%.

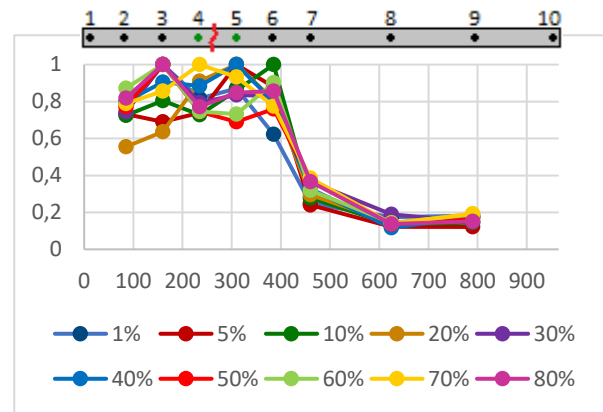


Figura A.774 – DIF<sub>CURV</sub>\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de [0, 20] Hz. Ruído de 5%.

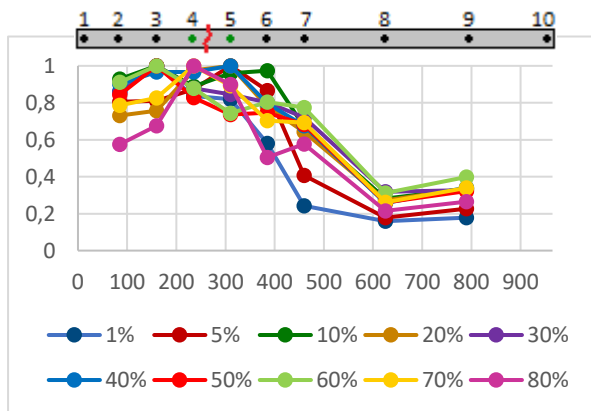


Figura A.775 – DIF<sub>CURV</sub>\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de [0, 100] Hz. Ruído de 5%.

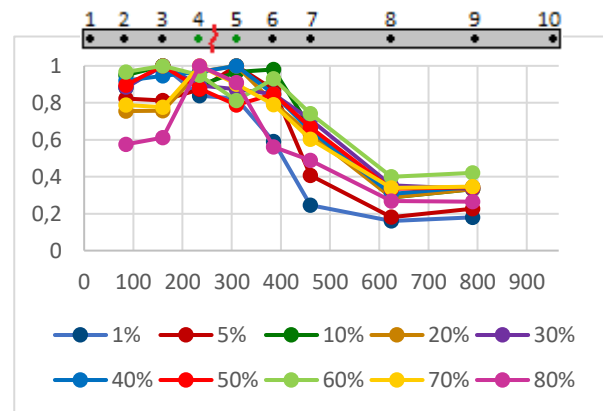


Figura A.77 – DIF<sub>CURV</sub>\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de [0, 480] Hz. Ruído de 5%.

1 dano com ruído 5%

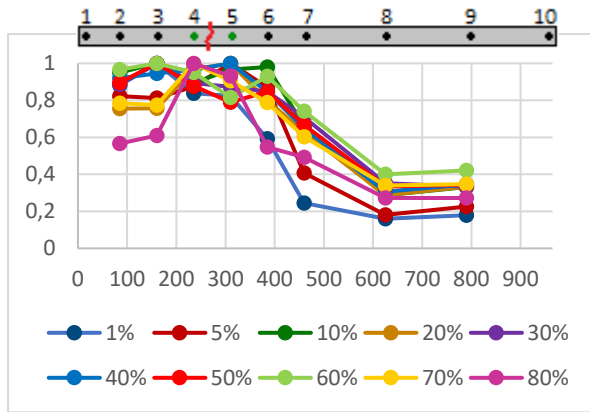


Figura A.8217 – DIF\_CURV\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de [0, 600] Hz. Ruído de 5%.

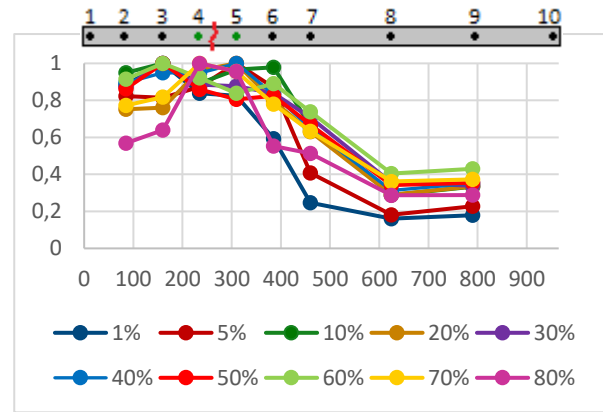


Figura A.8218 – DIF\_CURV\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de [0, 700] Hz. Ruído de 5%.

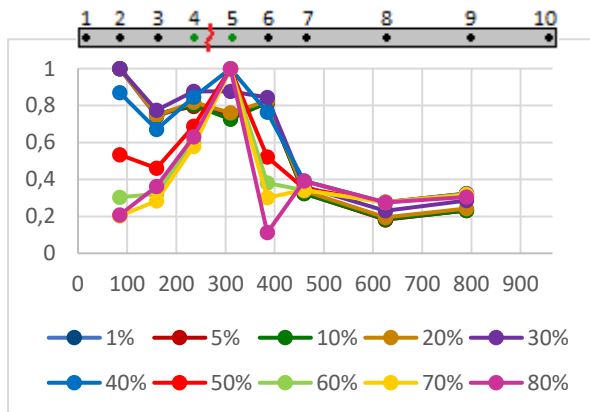


Figura A.8219 – DIF\_CURV\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de [480, 600] Hz. Ruído de 5%.

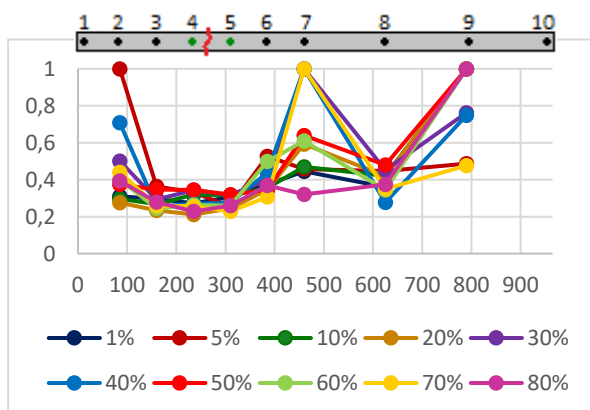


Figura A.820 – DIFrel\_CURV\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de [0, 2.5] Hz. Ruído de 5%.

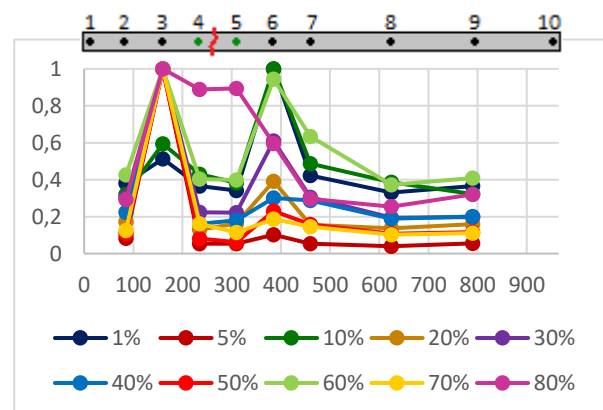


Figura A.82 – DIFrel\_CURV\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de [0, 20] Hz. Ruído de 5%.

1 dano com ruído 5%

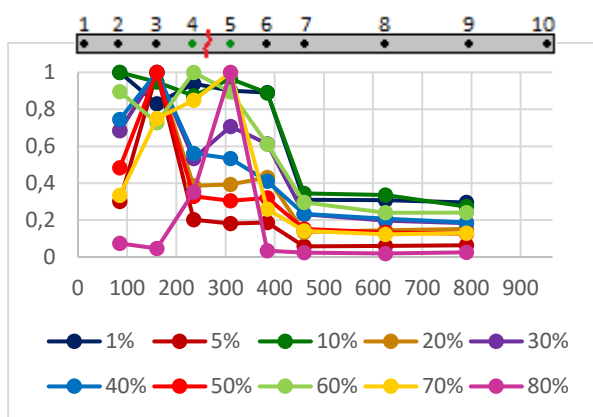


Figura A.872 – DIFrel\_CURV\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 100] Hz. Ruído de 5%.

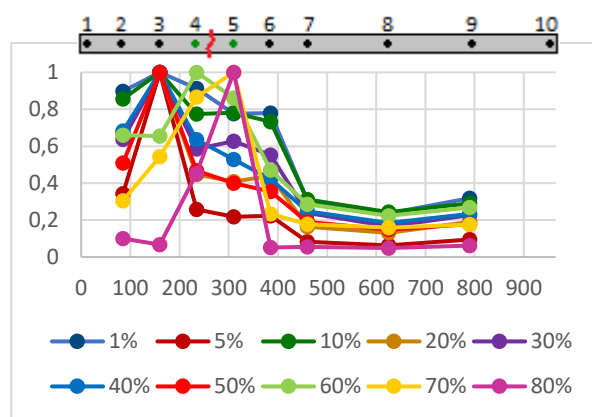


Figura A.873 – DIFrel\_CURV\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 480] Hz. Ruído de 5%.

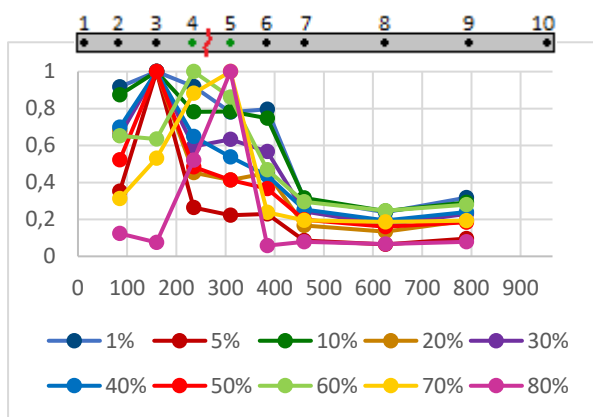


Figura A.874 – DIFrel\_CURV\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 600] Hz. Ruído de 5%.

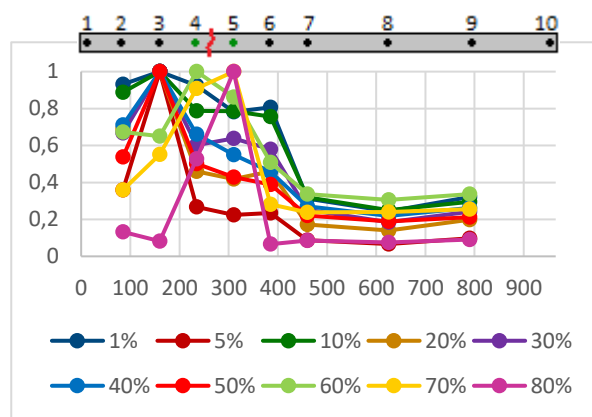


Figura A.875 – DIFrel\_CURV\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]0, 700] Hz. Ruído de 5%.

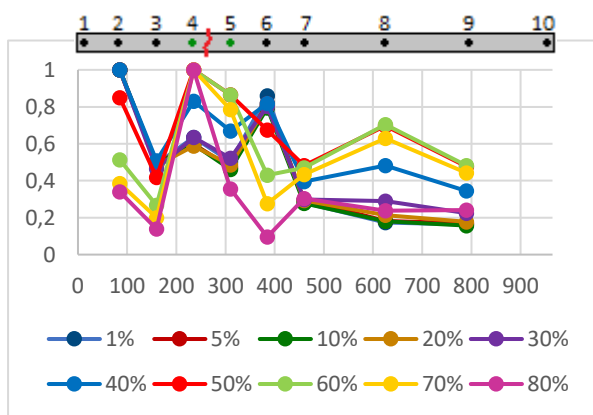


Figura A.87 – DIFrel\_CURV\_Rot, em viga com um dano, para a gama de frequências de ]480, 600] Hz. Ruído de 5%.

## 2 danos com ruído 2%

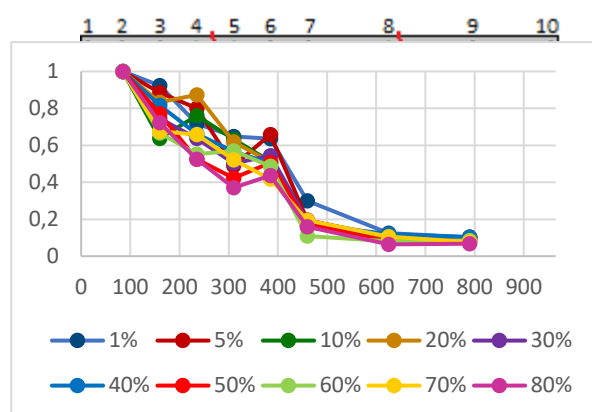
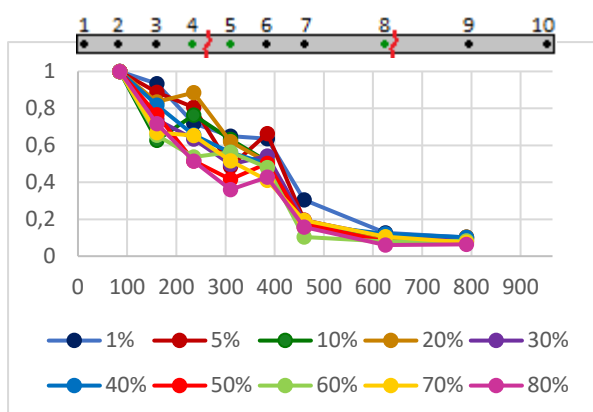


Figura A.9327 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de  $[0, 250]$  Hz. Ruído de 2%.

Figura A.9328 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de  $[0, 400]$  Hz. Ruído de 2%.

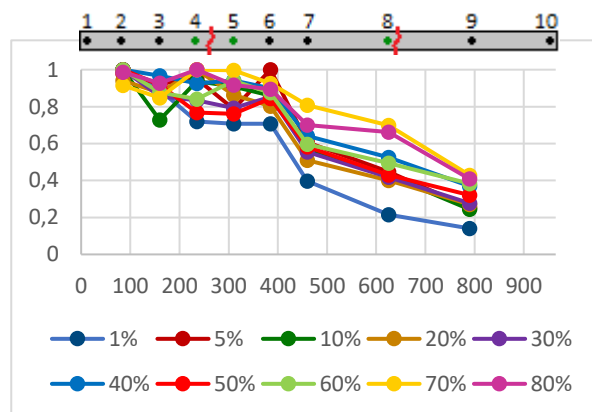
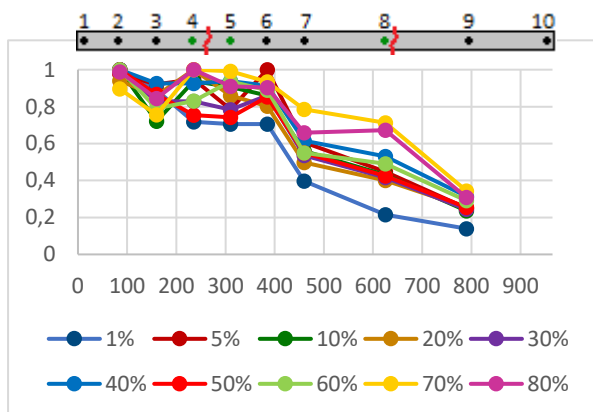


Figura A.9329 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de  $[0, 800]$  Hz. Ruído de 2%.

Figura A.930 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de  $[0, 800]$  Hz. Ruído de 2%.

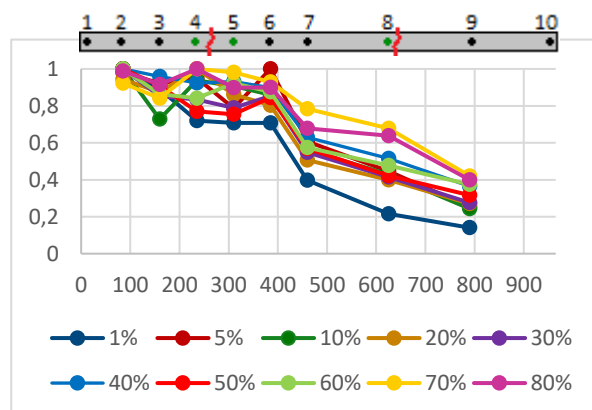
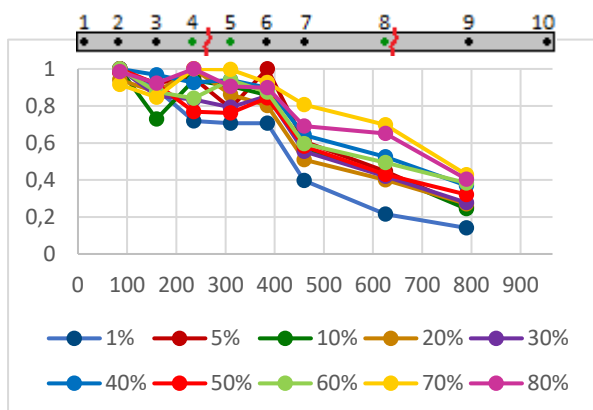


Figura A.931 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de  $[0, 800]$  Hz. Ruído de 2%.

Figura A.93 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de  $[0, 800]$  Hz. Ruído de 2%.

## 2 danos com ruído 2%

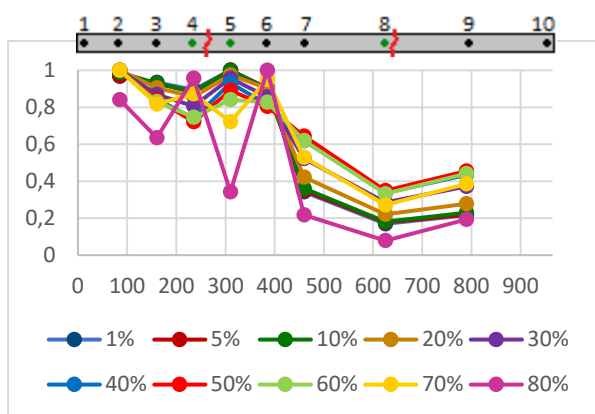


Figura A.973 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de [480, 600] Hz. Ruído de 2%.

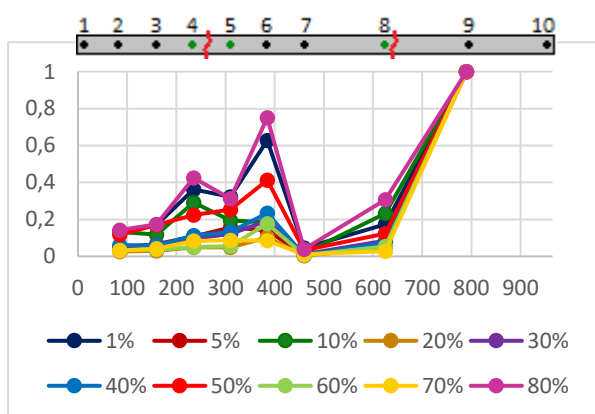


Figura A.974 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de [0, 2.5] Hz. Ruído de 2%.

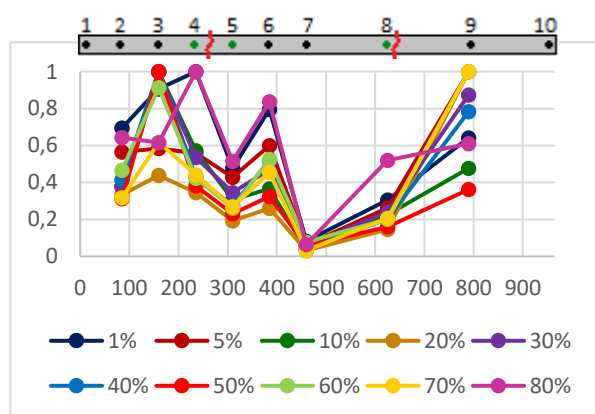


Figura A.135 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de [0, 20] Hz. Ruído de 2%.

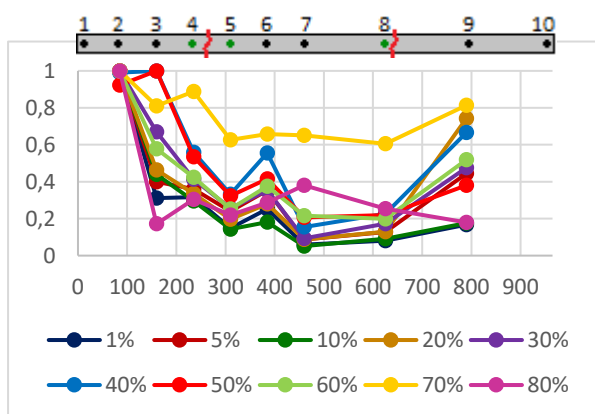


Figura A.976 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de [0, 100] Hz. Ruído de 2%.

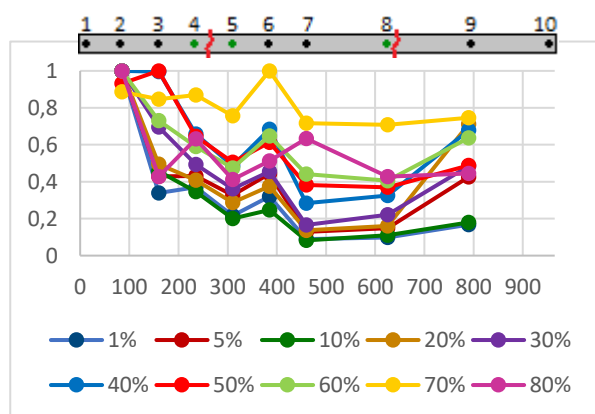


Figura A.97 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de [0, 480] Hz. Ruído de 2%.



## 2 danos com ruído 2%

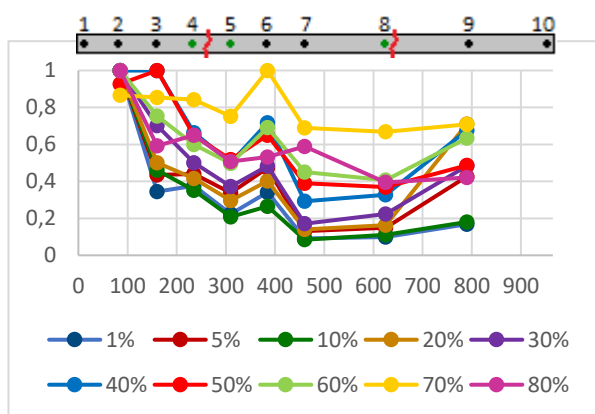


Figura A.10238 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 600] Hz. Ruído de 2%.

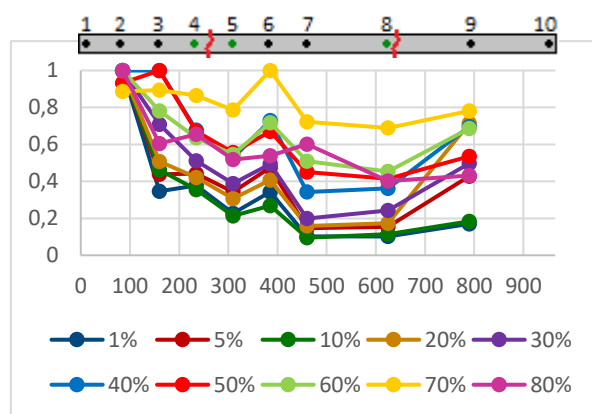


Figura A.10239 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 700] Hz. Ruído de 2%.

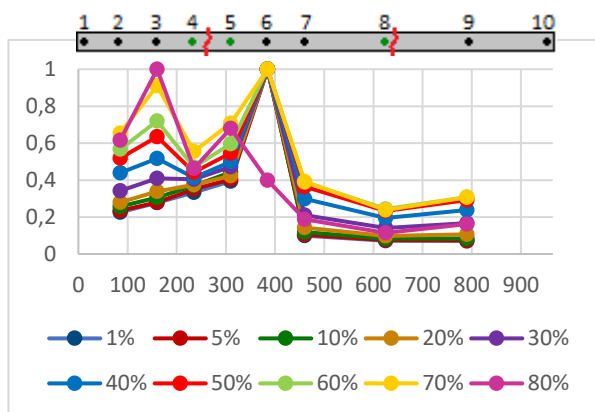


Figura A.10240 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]480, 600] Hz. Ruído de 2%.

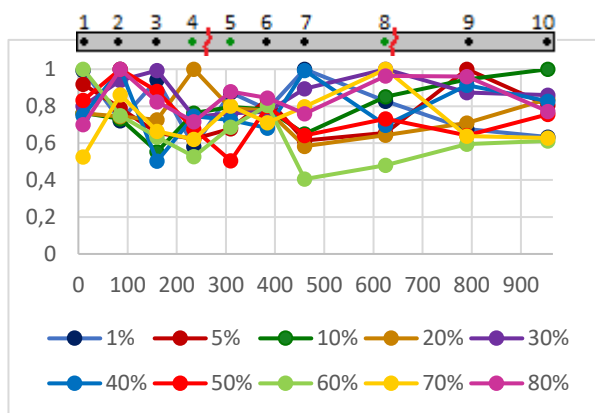


Figura A.1021 – DIF\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 2.5] Hz. Ruído de 2%.

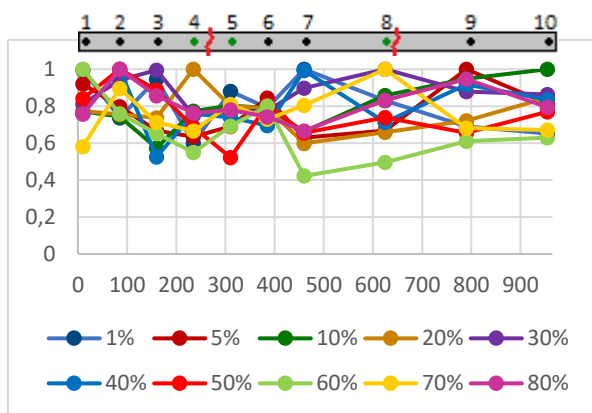


Figura A.102 – DIF\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 20] Hz. Ruído de 2%.

## 2 danos com ruído 2%

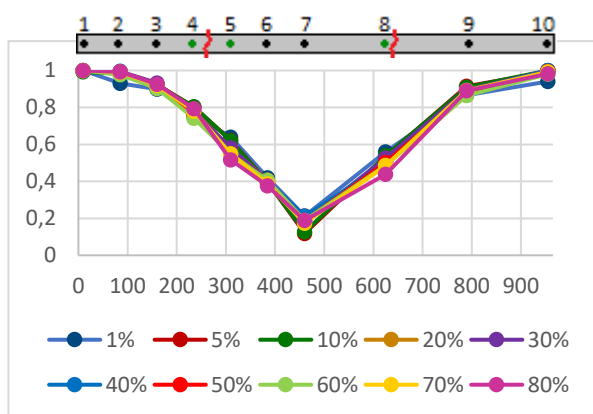


Figura A.1073 – DIF\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 100] Hz. Ruído de 2%.

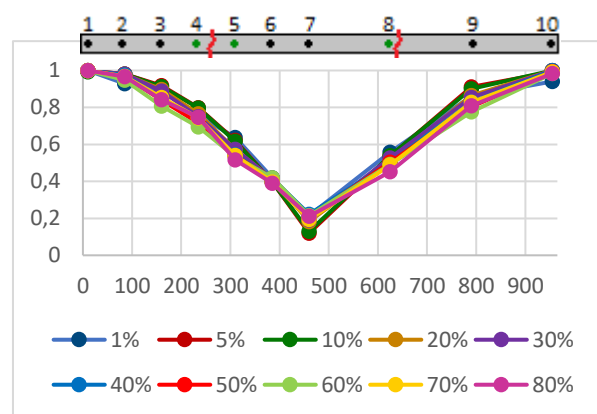


Figura A.1074 – DIF\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 480] Hz. Ruído de 2%.

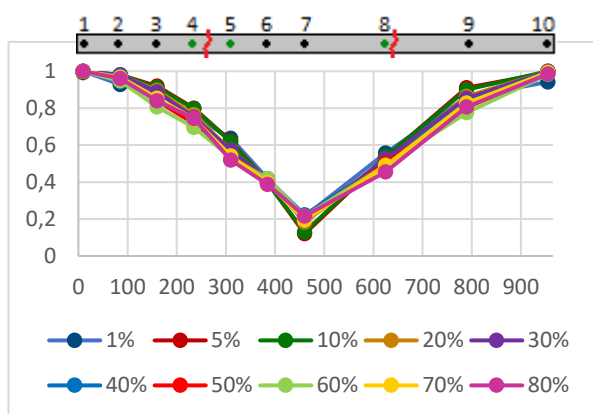


Figura A.1075 – DIF\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 600] Hz. Ruído de 2%.

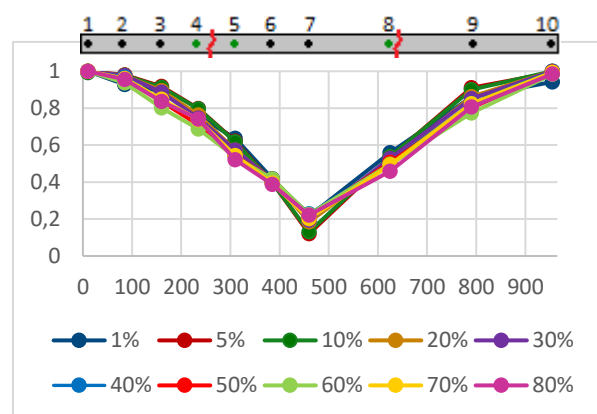


Figura A.1076 – DIF\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 700] Hz. Ruído de 2%.

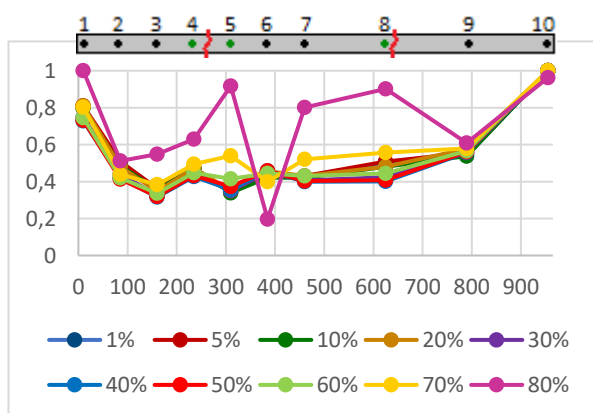


Figura A.107 – DIF\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]480, 600] Hz. Ruído de 2%.

## 2 danos com ruído 2%

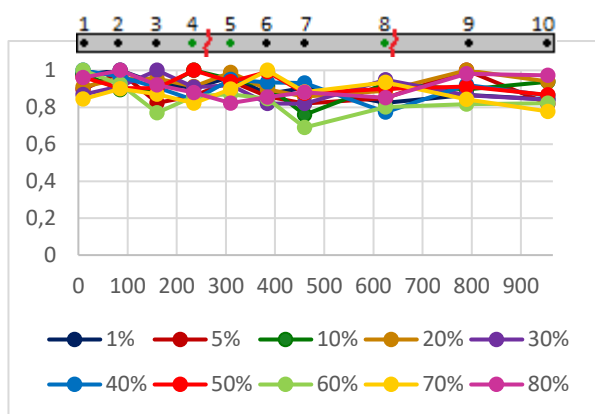


Figura A.11348 – DIFrel\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 2.5] Hz. Ruído de 2%.

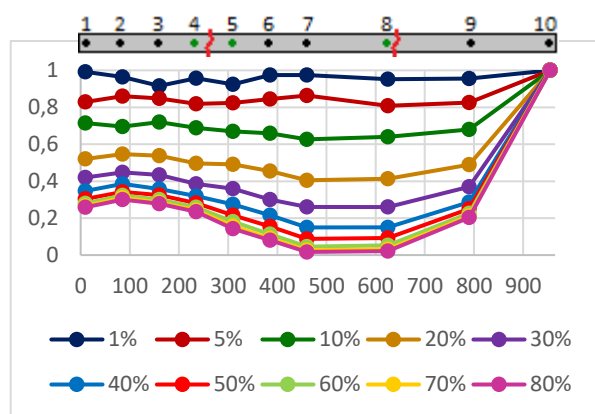


Figura A.11349 – DIFrel\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 20] Hz. Ruído de 2%.

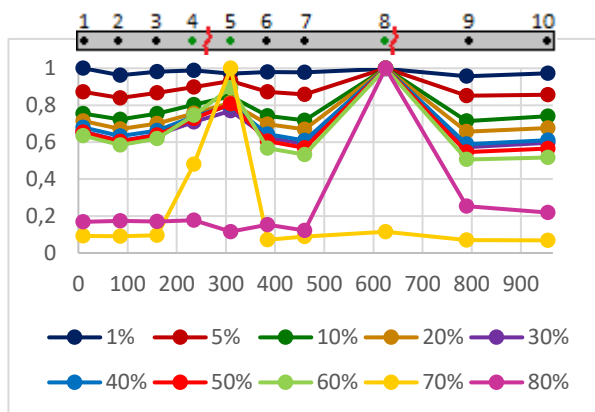


Figura A.1130 – DIFrel\_Rot em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 100] Hz. Ruído de 2%.

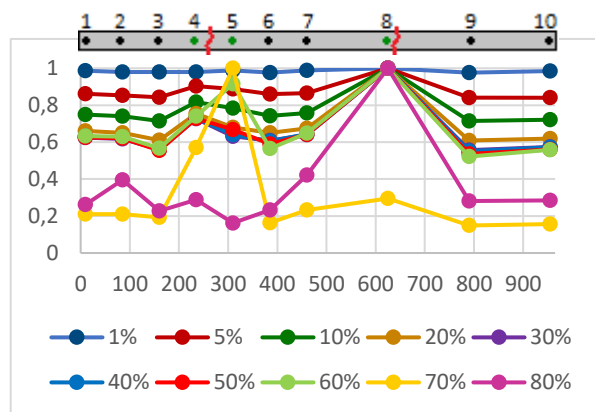


Figura A.1131 – DIFrel\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 480] Hz. Ruído de 2%.

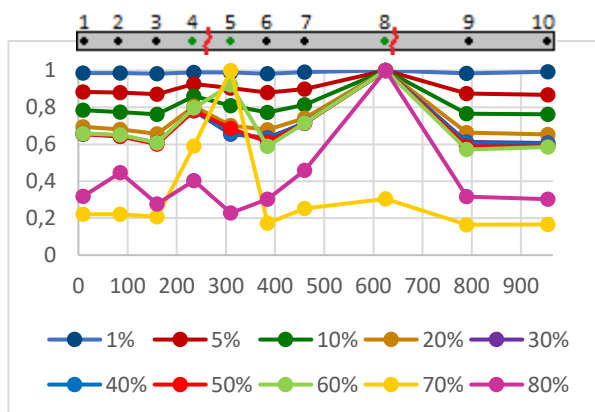


Figura A.1132 – DIFrel\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 600] Hz. Ruído de 2%.

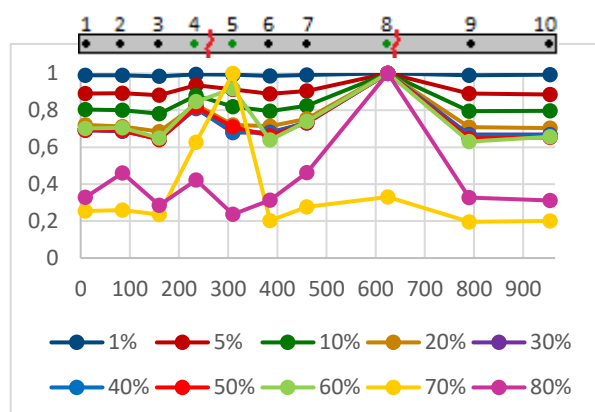


Figura A.113 – DIFrel\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 700] Hz. Ruído de 2%.

## 2 danos com ruído 2%

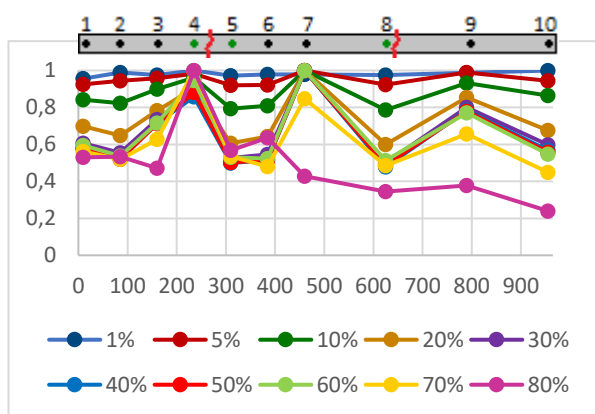


Figura A.1184 – DIFrel\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de [480, 600] Hz. Ruído de 2%.

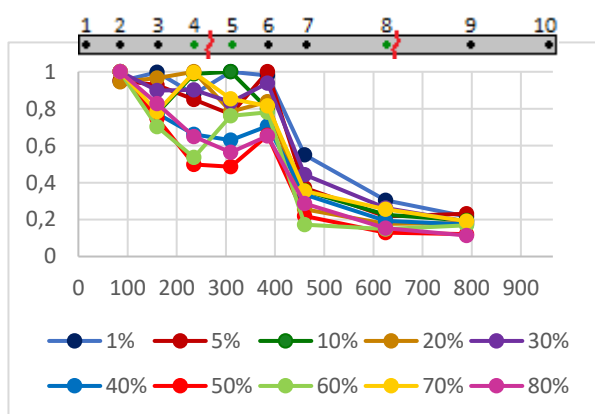


Figura A.1185 – DIF\_CURV\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de [0, 2.5] Hz. Ruído de 2%.

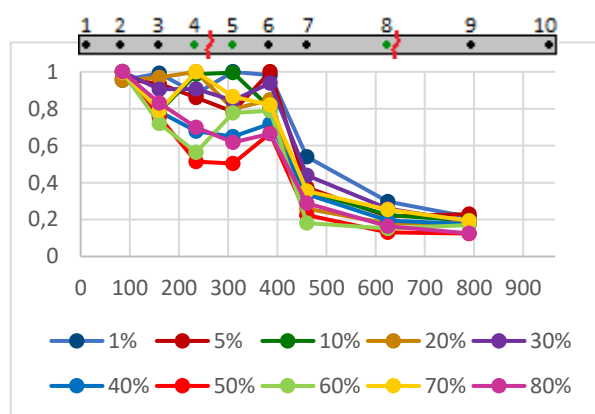


Figura A.1186 – DIF\_CURV\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de [0, 20] Hz. Ruído de 2%.

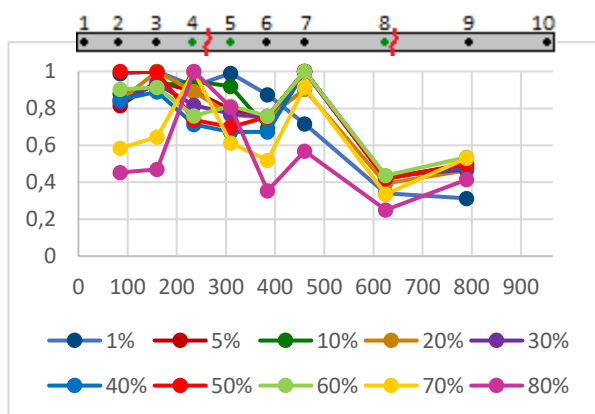


Figura A.1187 – DIF\_CURV\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de [0, 100] Hz. Ruído de 2%.

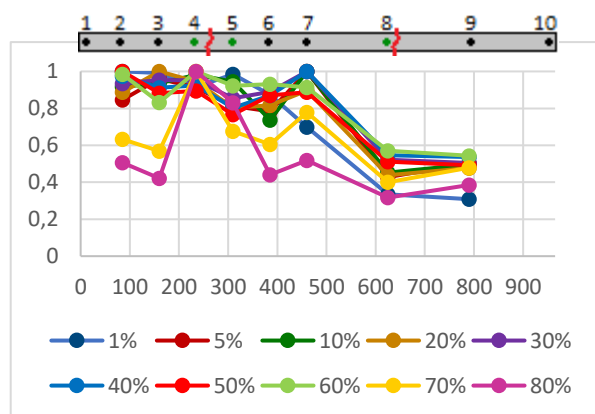


Figura A.118 – DIF\_CURV\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de [0, 480] Hz. Ruído de 2%.

## 2 danos com ruído 2%

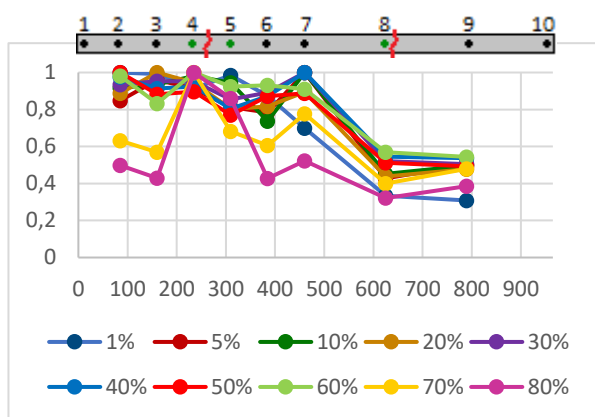


Figura A.12359 – DIF\_CURV\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 600] Hz. Ruído de 2%.

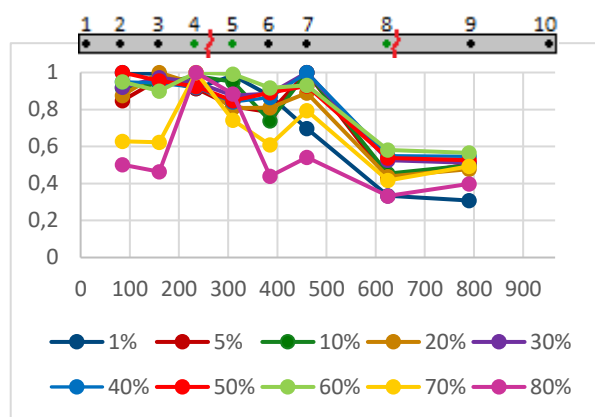


Figura A.12360 – DIF\_CURV\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 700] Hz. Ruído de 2%.

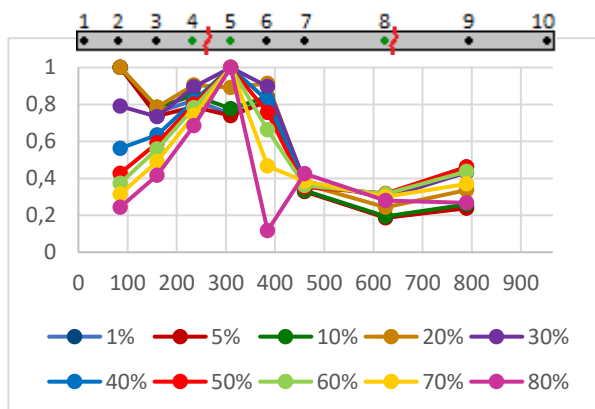


Figura A.1231 – DIF\_CURV\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]480, 600] Hz. Ruído de 2%.

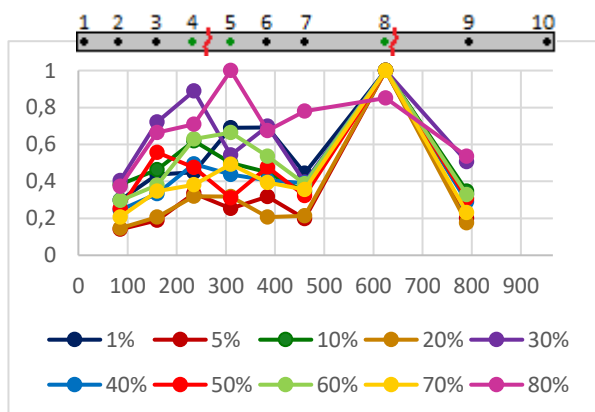


Figura A.1232 – DIFrel\_CURV\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 2.5] Hz. Ruído de 2%.

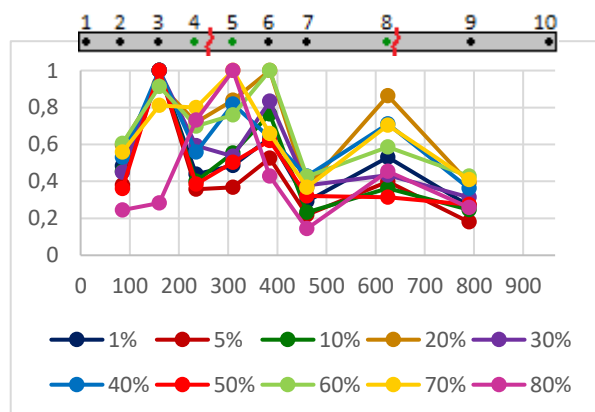


Figura A.123 – DIFrel\_CURV\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 20] Hz. Ruído de 2%.

## 2 danos com ruído 2%

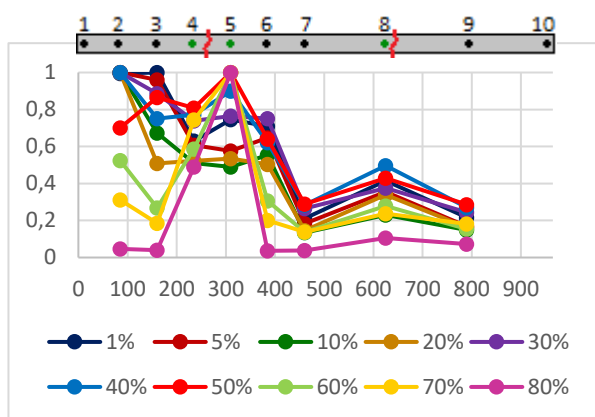


Figura A.1284 – DIFrel\_CURV\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de [0, 100] Hz. Ruído de 2%.

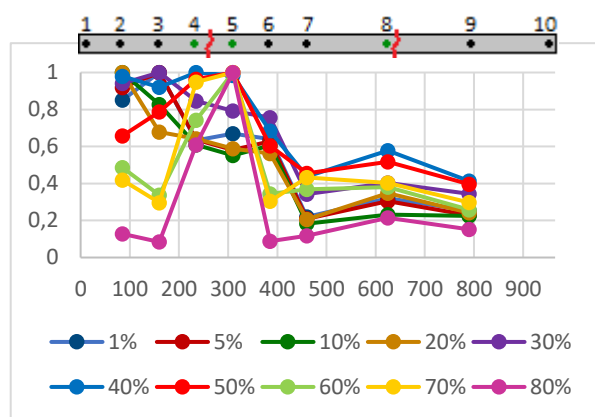


Figura A.1285 – DIFrel\_CURV\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de [0, 480] Hz. Ruído de 2%.

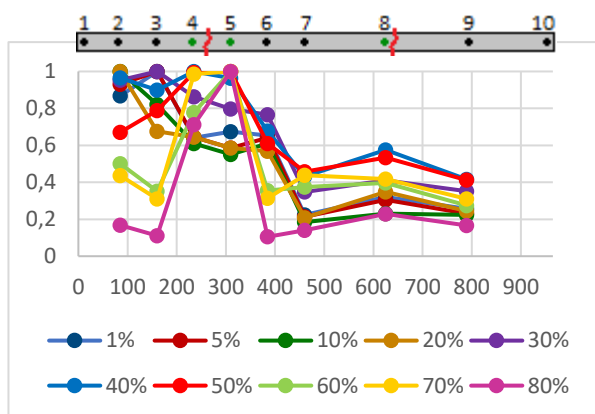


Figura A.1286 – DIFrel\_CURV\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de [0, 600] Hz. Ruído de 2%.

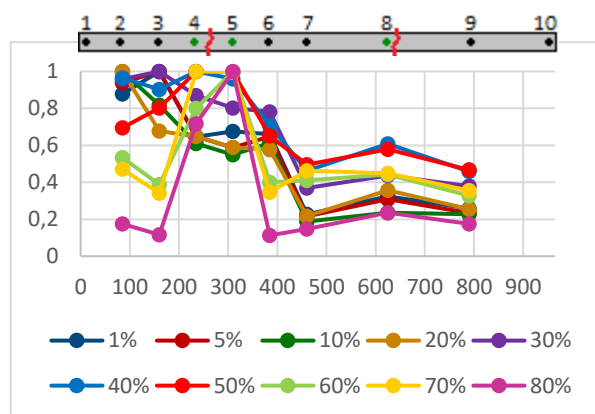


Figura A.1287 – DIFrel\_CURV\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de [0, 700] Hz. Ruído de 2%.

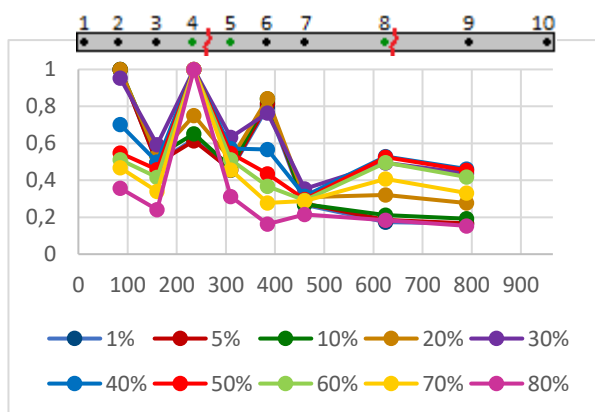


Figura A.1288 – DIFrel\_CURV\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de [480, 600] Hz. Ruído de 2%.

## 2 danos com ruído 5%

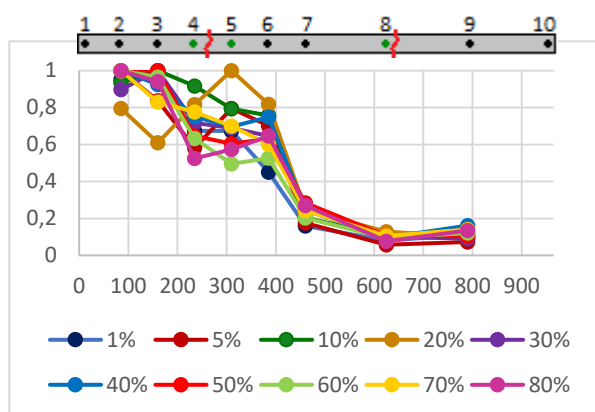


Figura A.13469 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de [0, 2.5] Hz. Ruído de 5%.

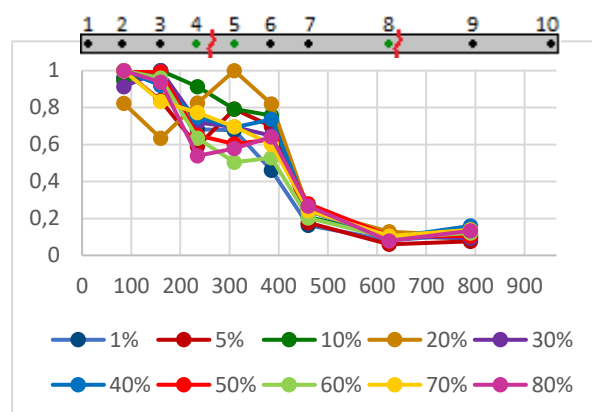


Figura A.1340 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de [0, 20] Hz. Ruído de 5%.

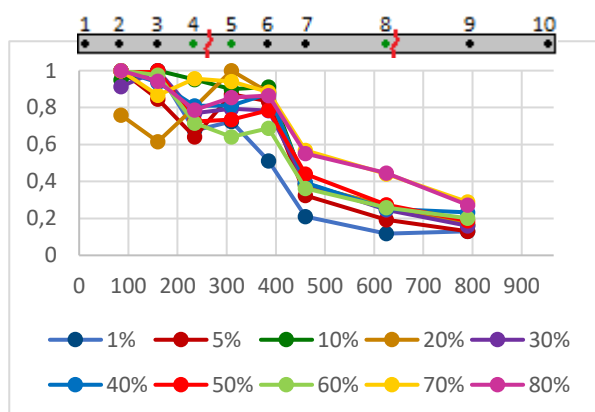


Figura A.134 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de [0, 100] Hz. Ruído de 5%.

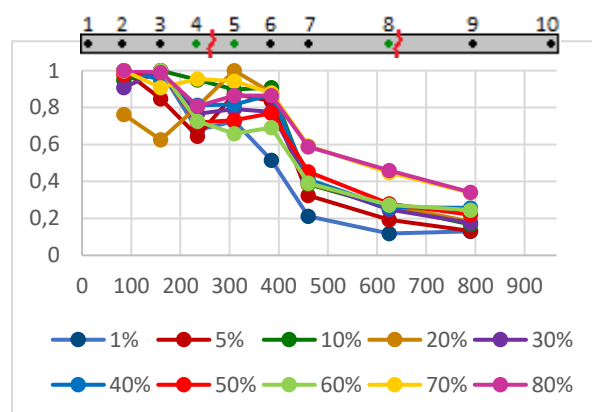


Figura A.1342 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de [0, 480] Hz. Ruído de 5%.

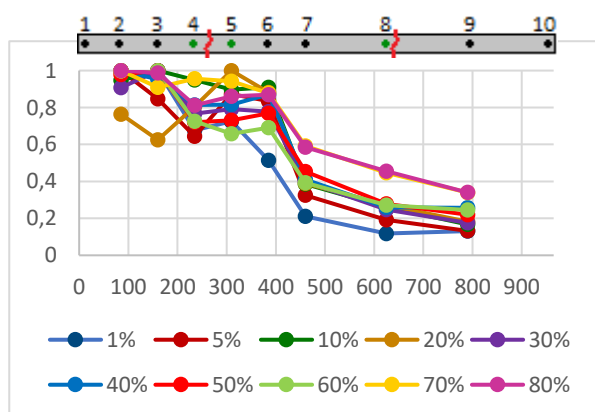


Figura A.1343 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de [0, 600] Hz. Ruído de 5%.

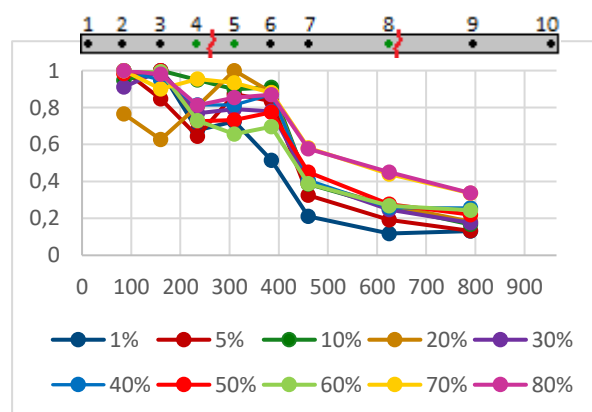


Figura A.134 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de [0, 700] Hz. Ruído de 5%.

## 2 danos com ruído 5%

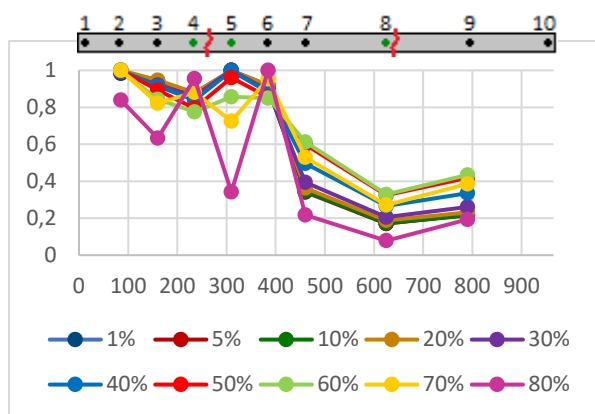


Figura A.1395 – DIF\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]480, 600] Hz. Ruído de 5%.

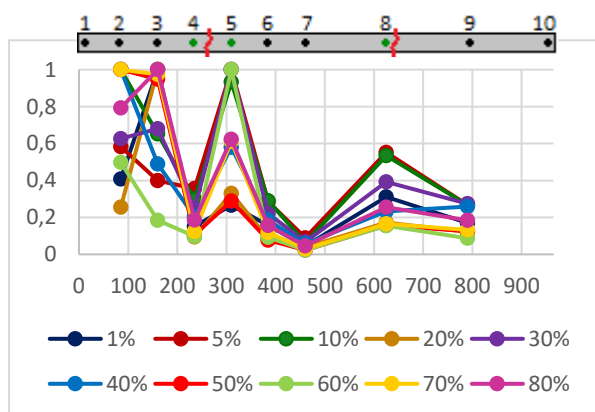


Figura A.1396 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 2.5] Hz. Ruído de 5%.

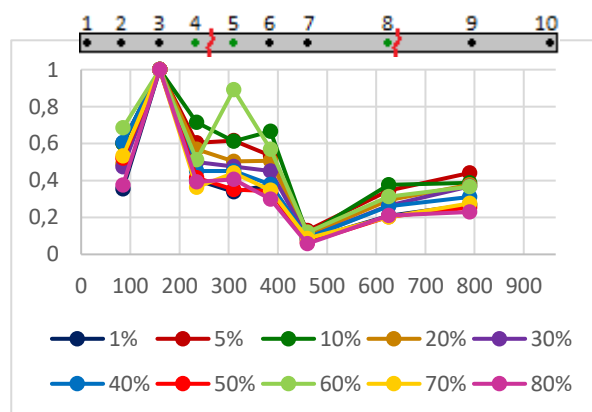


Figura A.1397 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 20] Hz. Ruído de 5%.

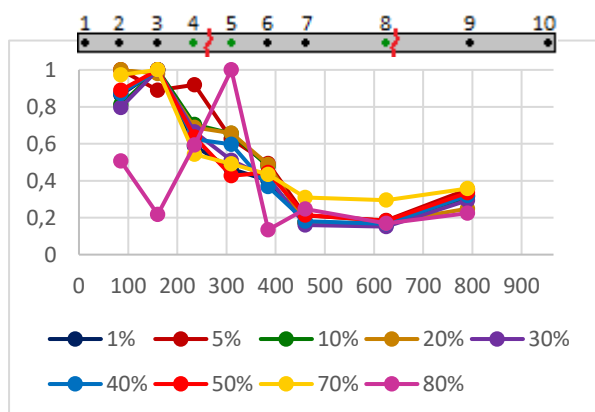


Figura A.1398 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 100] Hz. Ruído de 5%.

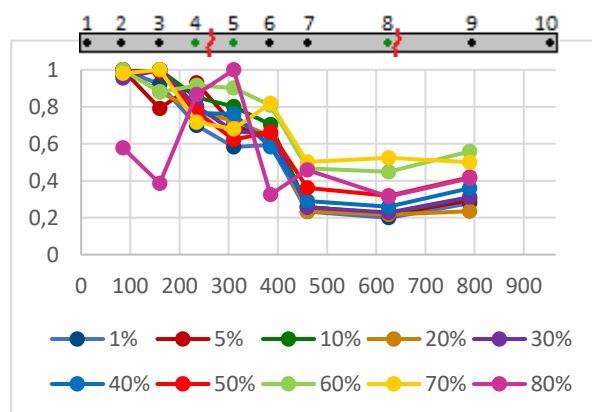


Figura A.139 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 480] Hz. Ruído de 5%.



## 2 danos com ruído 5%

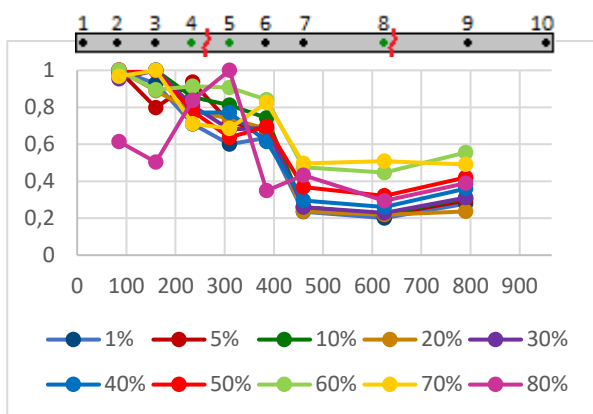


Figura A.1440 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 600] Hz. Ruído de 5%.

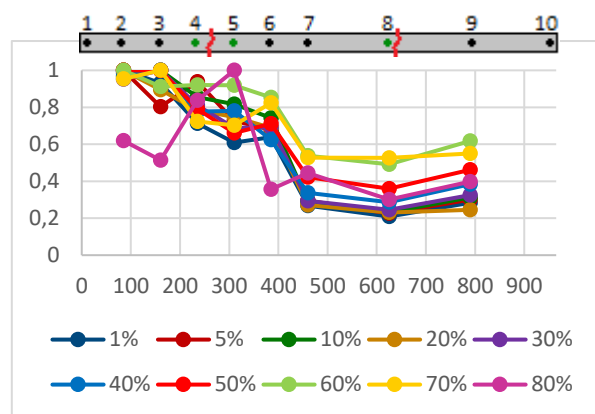


Figura A.1441 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 700] Hz. Ruído de 5%.

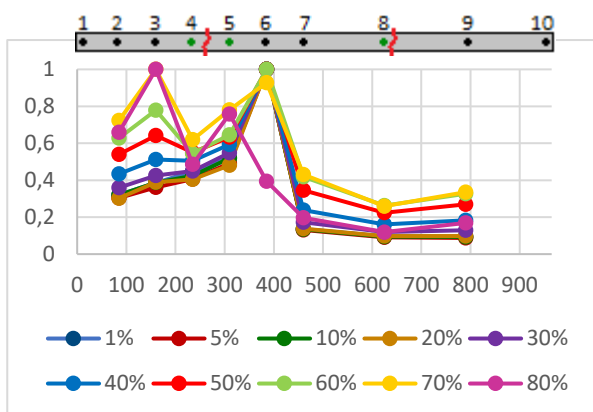


Figura A.1442 – DIFrel\_CURV\_Tran, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]480, 600] Hz. Ruído de 5%.

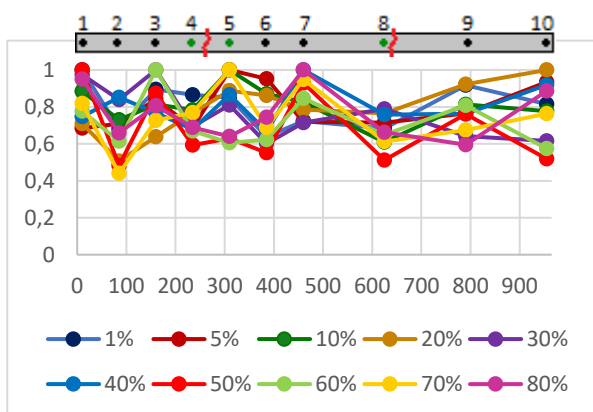


Figura A.1443 – DIF\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 2.5] Hz. Ruído de 5%.

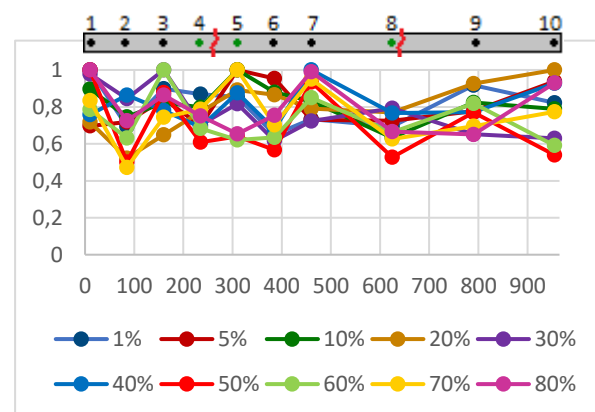


Figura A.144 – DIF\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 20] Hz. Ruído de 5%.

## 2 danos com ruído 5%

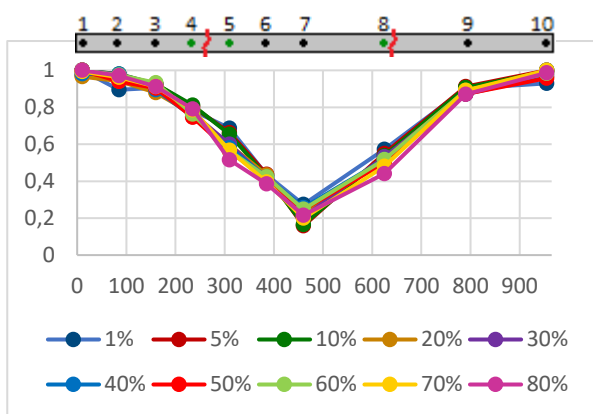


Figura A.1495 – DIF\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 100] Hz. Ruído de 5%.

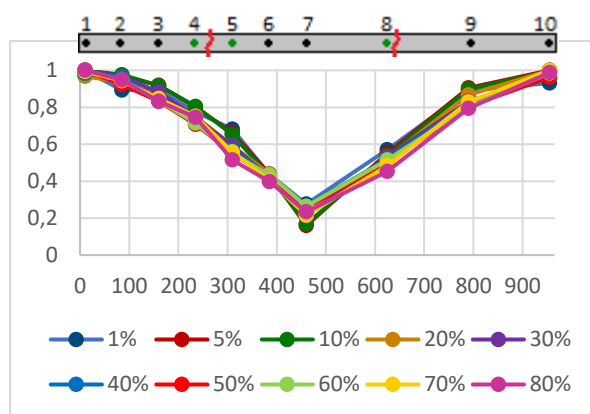


Figura A.1496 – DIF\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 480] Hz. Ruído de 5%.

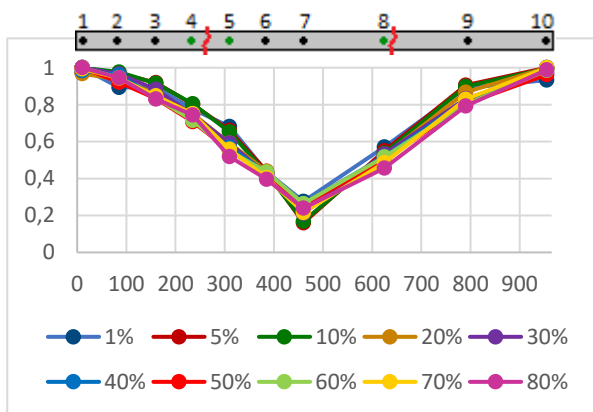


Figura A.149 – DIF\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 600] Hz. Ruído de 5%.

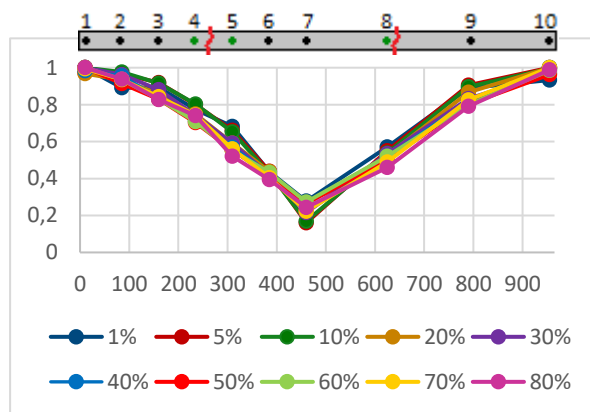


Figura A.1498 – DIF\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 700] Hz. Ruído de 5%.

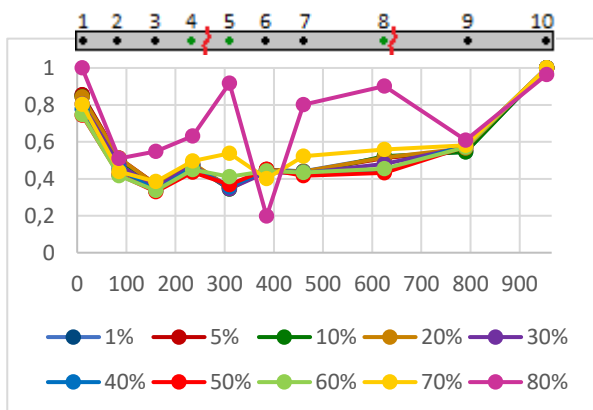


Figura A.149 – DIF\_Rot, para a gama de frequências de ]480, 600] Hz. Ruído de 5%.

## 2 danos com ruído 5%

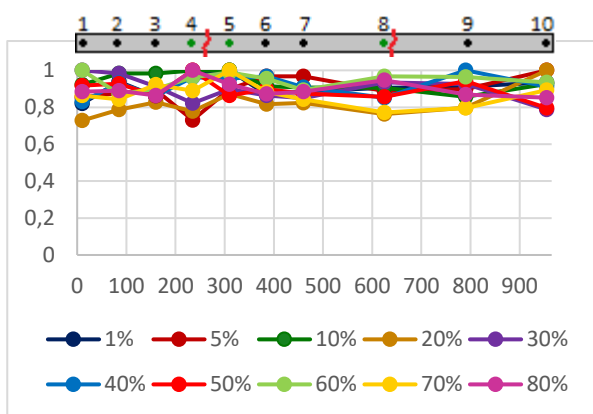


Figura A.1550 – DIFrel\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 2.5] Hz. Ruído de 5%.

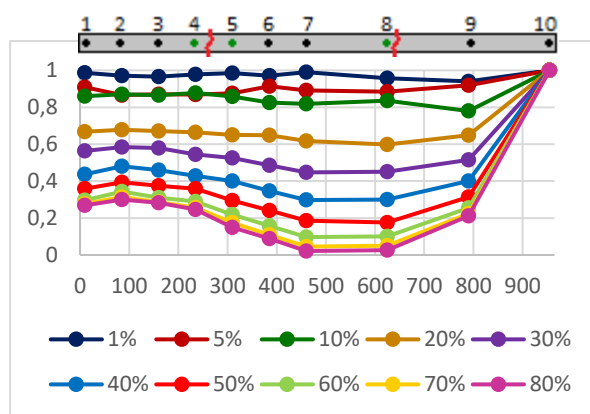


Figura A.1551 – DIFrel\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 20] Hz. Ruído de 5%.

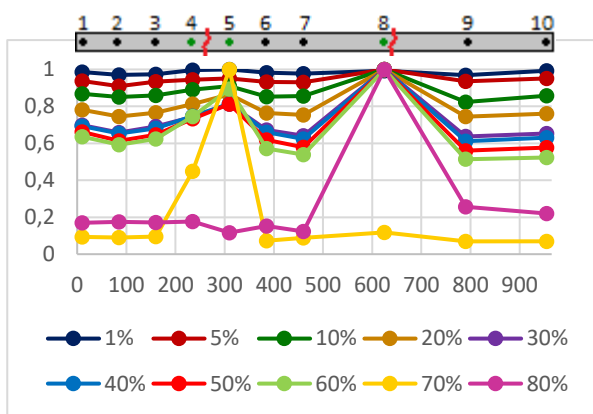


Figura A.1552 – DIFrel\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 100] Hz. Ruído de 5%.

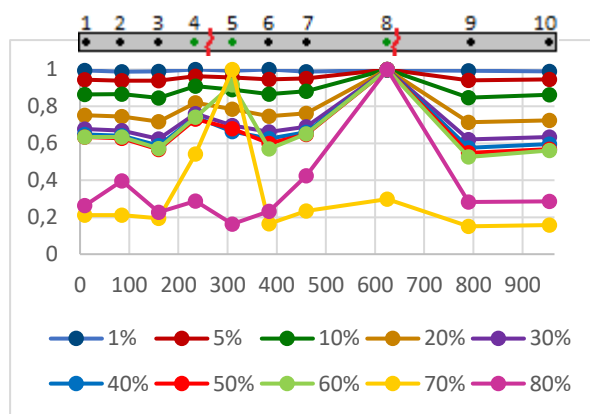


Figura A.1553 – DIFrel\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 480] Hz. Ruído de 5%.

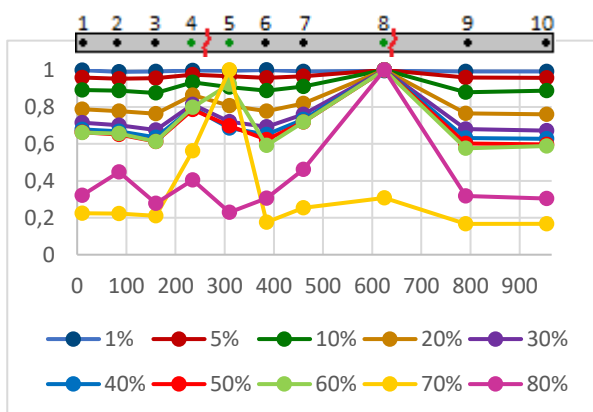


Figura A.1554 – DIFrel\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 600] Hz. Ruído de 5%.

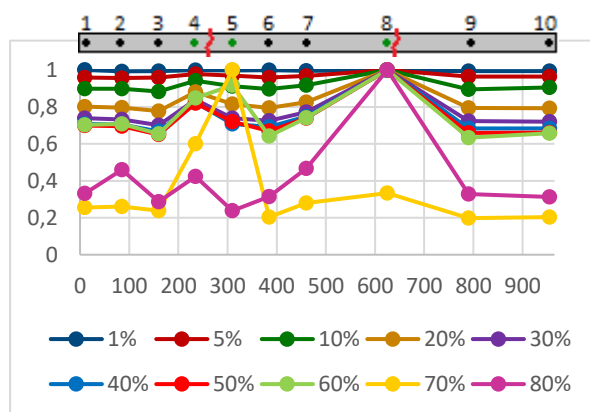


Figura 0.155 – DIFrel\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 700] Hz. Ruído de 5%.

## 2 danos com ruído 5%

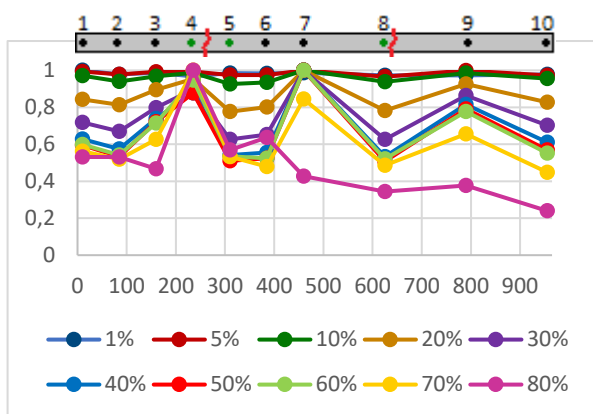


Figura A.159 – DIFrel\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de  $[480, 600]$  Hz. Ruído de 5%.

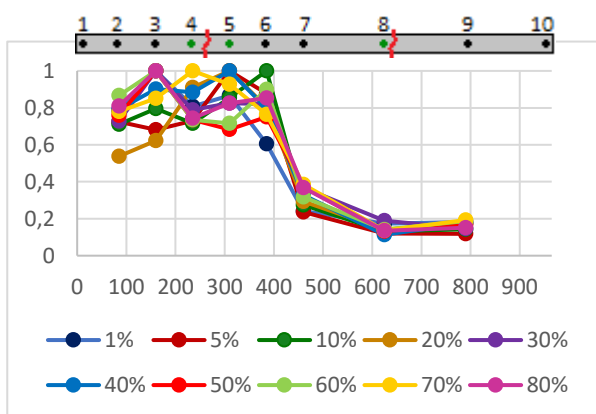


Figura A.159 – DIF\_CURV\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de  $[0, 2.5]$  Hz. Ruído de 5%.

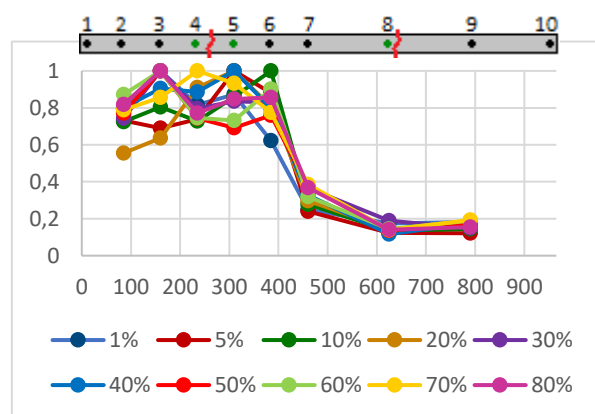


Figura A.159 – DIF\_CURV\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de  $[0, 20]$  Hz. Ruído de 5%.

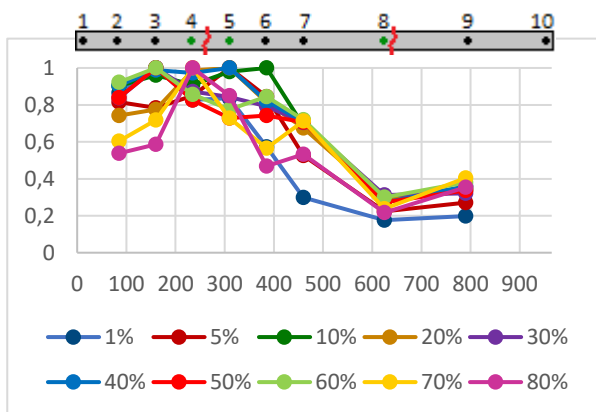


Figura A.199 – DIF\_CURV\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de  $[0, 100]$  Hz. Ruído de 5%.

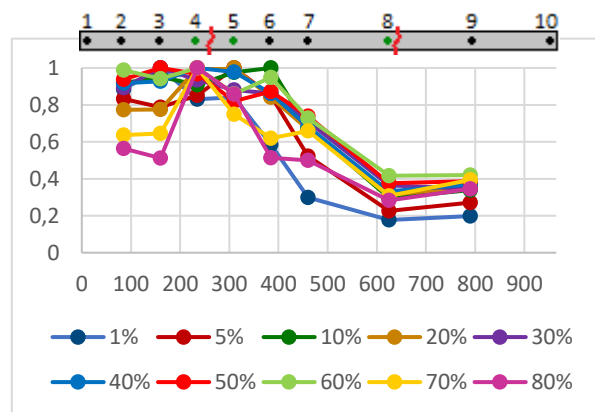
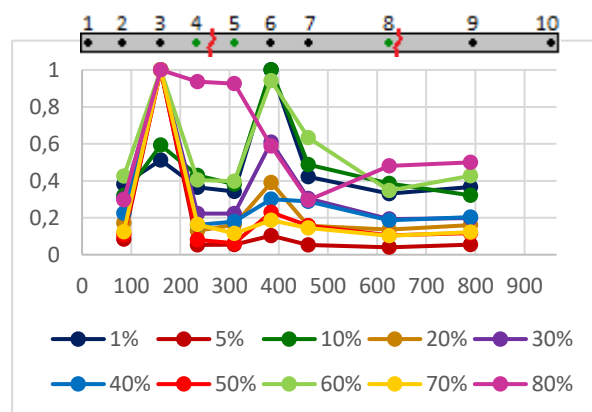
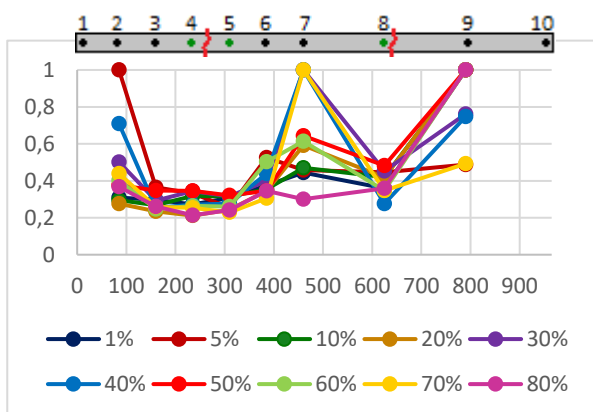
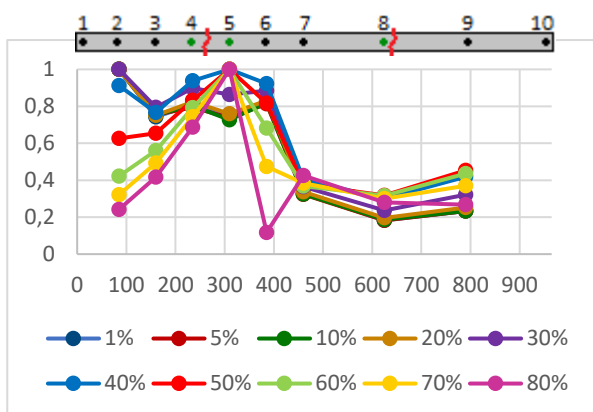
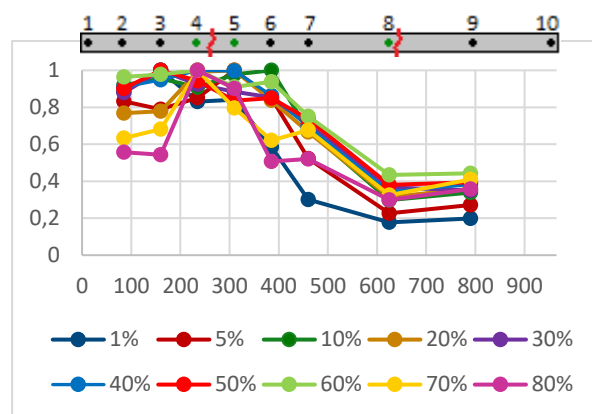
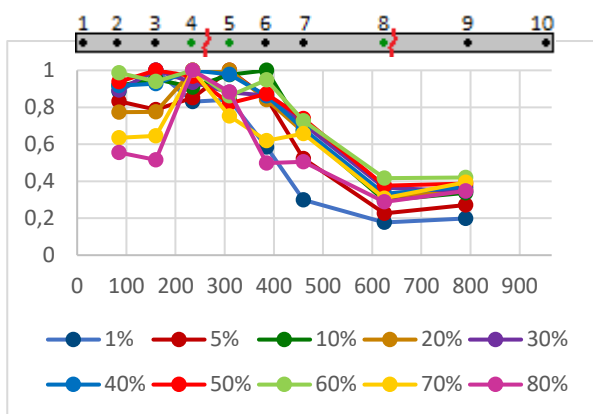


Figura A.159 – DIF\_CURV\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de  $[0, 480]$  Hz. Ruído de 5%.

## 2 danos com ruído 5%



## 2 danos com ruído 5%

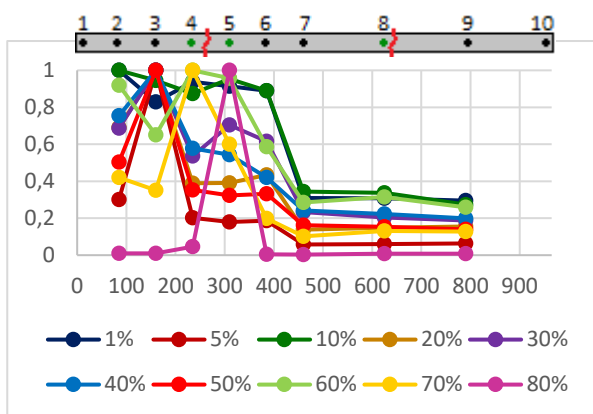


Figura A.16906 – DIFrel\_CURV\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 100] Hz. Ruído de 5%.

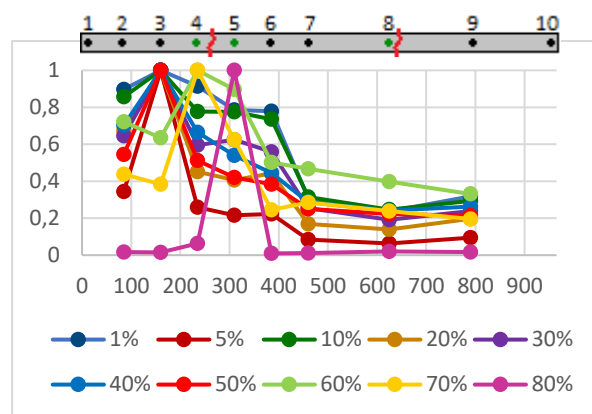


Figura A.16907 – DIFrel\_CURV\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 480] Hz. Ruído de 5%.

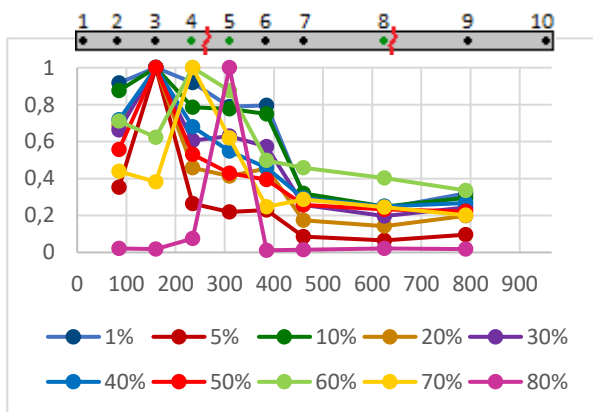


Figura A.1698 – DIFrel\_CURV\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 600] Hz. Ruído de 5%.

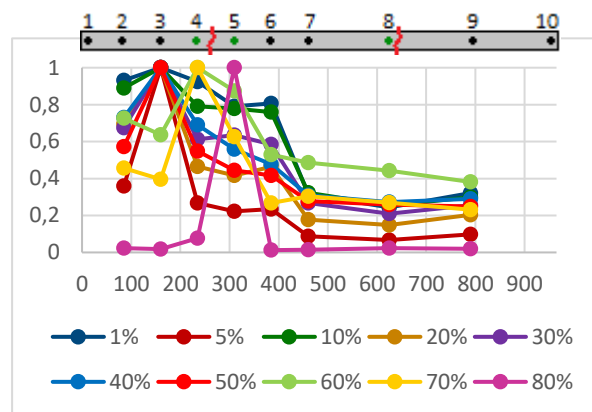


Figura A.169 – DIFrel\_CURV\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]0, 700] Hz. Ruído de 5%.

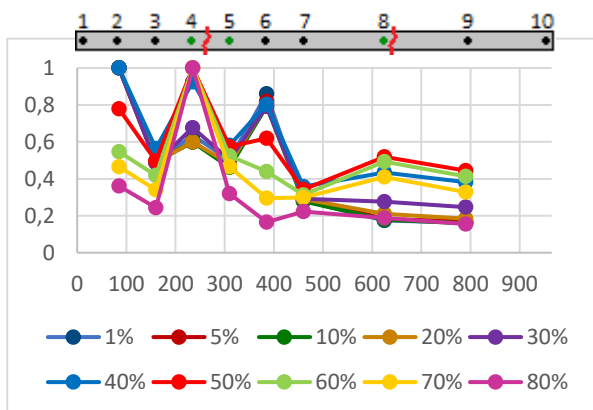


Figura A.169 – DIFrel\_CURV\_Rot, em viga com dois danos, para a gama de frequências de ]480, 600] Hz. Ruído de 5%.